



CAPÍTULO 5 – CONDUÇÃO TRANSIENTE – PARTE 2

DISCIPLINA: TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA 1

PROF. DR. SANTIAGO DEL RIO OLIVEIRA

5.7 O SÓLIDO SEMI-INFINITO

- Corpo que se estende até o infinito em todas as direções, exceto uma **superfície identificável**.
- Se uma mudança de condições for imposta a essa superfície, ocorrerá condução transiente no interior do sólido.
- A **equação do calor** para o **sólido semi-infinito** é:

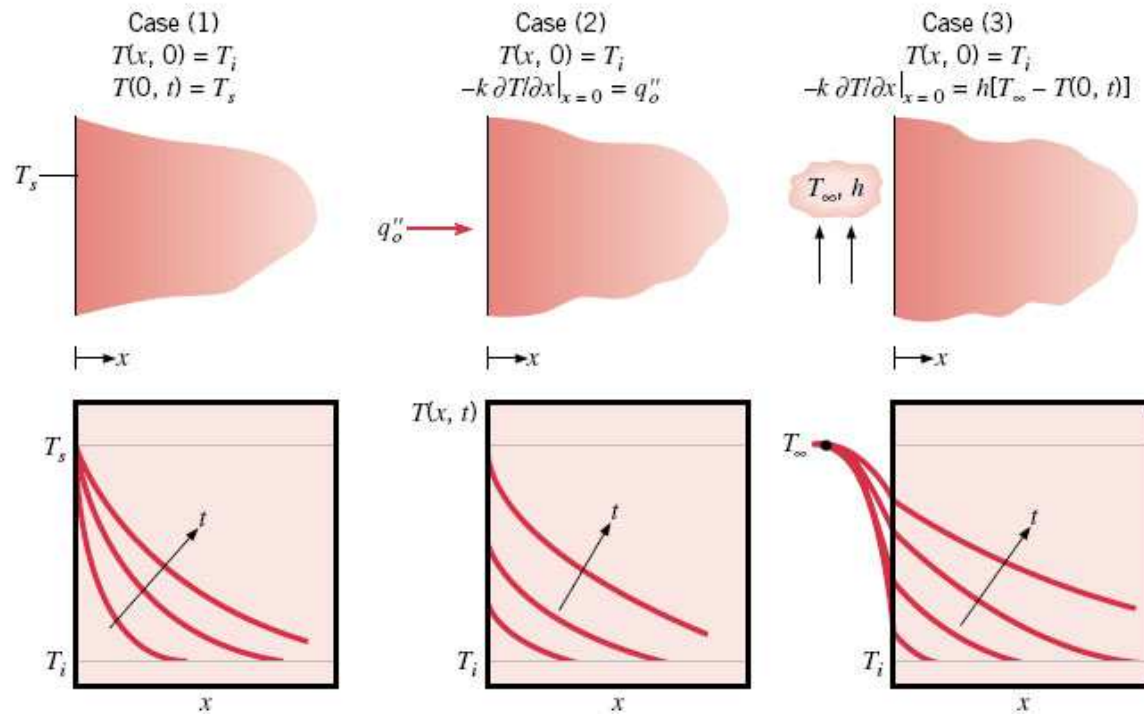
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

- A **condição inicial** é dada por: $T(x,0) = T_i$

- A condição de contorno no interior do sólido tem a forma:

$$T(x \rightarrow \infty, t) = T_i$$

- A segunda condição de contorno pode ter três formas:



- Soluções analíticas podem ser obtidas para **três condições na superfície**, impostas instantaneamente em $t = 0$.
- CASO 1 – **Temperatura na superfície constante**: $T(0, t) = T_s$

$$\frac{T(x, t) - T_s}{T_i - T_s} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

$$q_s''(t) = \frac{k(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi \alpha t}}$$

- CASO 2 – **Fluxo térmico na superfície constante**: $q_s'' = q_o''$

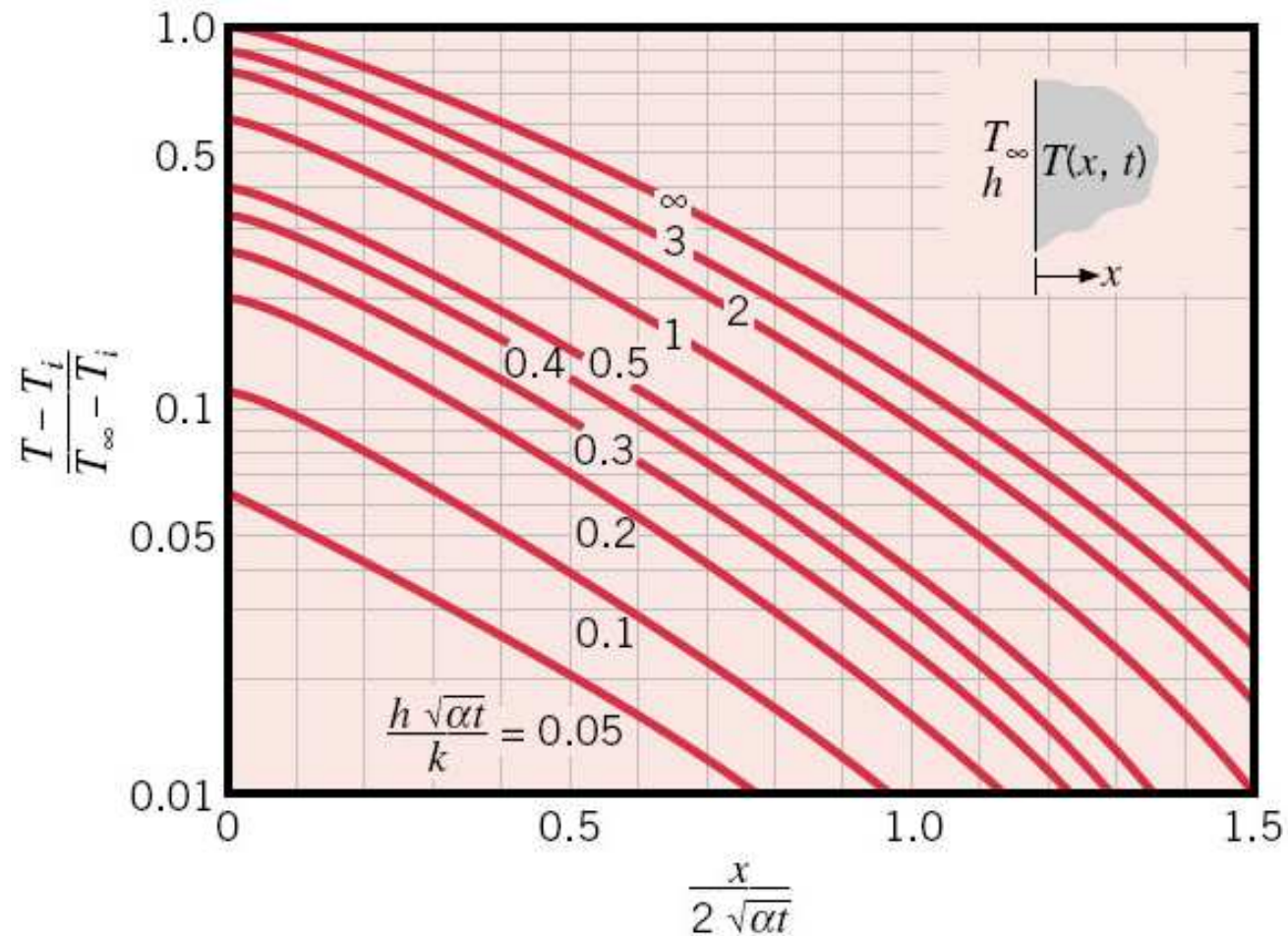
$$T(x, t) - T_i = \frac{2q_o''(\alpha t / \pi)^{1/2}}{k} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - \frac{q_o'' x}{k} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

- CASO 3 – Convecção na superfície: $-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h[T_{\infty} - T(0, t)]$

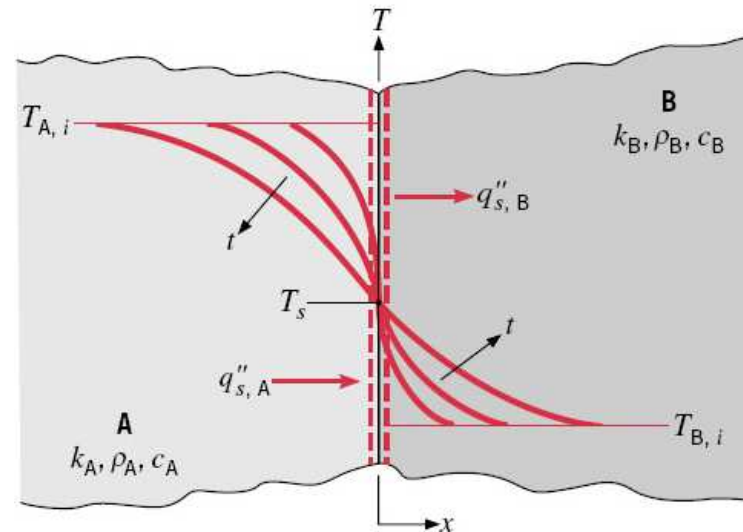
$$\frac{T(x, t) - T_i}{T_{\infty} - T_i} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \left[\exp\left(\frac{hx}{k} + \frac{h^2 \alpha t}{k^2}\right) \right] \left[\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + \frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right) \right]$$

$$q_s''(t) = h[T_{\infty} - T_s(t)]$$

- $\operatorname{erf}(w)$ é a função erro de Gauss e $\operatorname{erfc}(w) = 1 - \operatorname{erf}(w)$ é a função erro complementar de Gauss.
- Valores de $\operatorname{erf}(w)$ estão tabelados no Apêndice B.2.
- Históricos de temperaturas em um sólido semi-infinito com convecção na superfície podem ser visualizados abaixo:



- Um caso de interesse envolve o contato térmico entre dois sólidos semi-infinitos, inicialmente a $T_{A,i}$ e $T_{B,i}$.



- No momento do contato, as superfícies assumem o valor de T_s na qual $T_{B,i} < T_s < T_{A,i}$. A **temperatura superficial de equilíbrio** pode ser obtida por um balanço de energia na superfície entre os sólidos semi-infinitos:

$$q''_{s,A} = q''_{s,B} \Rightarrow -\frac{k_A(T_s - T_{A,i})}{(\pi\alpha_A t)^{1/2}} = \frac{k_B(T_s - T_{B,i})}{(\pi\alpha_B t)^{1/2}} \Rightarrow T_s = \frac{(k\rho c)_A^{1/2} T_{A,i} + (k\rho c)_B^{1/2} T_{B,i}}{(k\rho c)_A^{1/2} + (k\rho c)_B^{1/2}}$$

Função Erro de Gauss

w	erf w	w	erf w	w	erf w
0.00	0.00000	0.36	0.38933	1.04	0.85865
0.02	0.02256	0.38	0.40901	1.08	0.87333
0.04	0.04511	0.40	0.42839	1.12	0.88679
0.06	0.06762	0.44	0.46622	1.16	0.89910
0.08	0.09008	0.48	0.50275	1.20	0.91031
0.10	0.11246	0.52	0.53790	1.30	0.93401
0.12	0.13476	0.56	0.57162	1.40	0.95228
0.14	0.15695	0.60	0.60386	1.50	0.96611
0.16	0.17901	0.64	0.63459	1.60	0.97635
0.18	0.20094	0.68	0.66378	1.70	0.98379
0.20	0.22270	0.72	0.69143	1.80	0.98909
0.22	0.24430	0.76	0.71754	1.90	0.99279
0.24	0.26570	0.80	0.74210	2.00	0.99532
0.26	0.28690	0.84	0.76514	2.20	0.99814
0.28	0.30788	0.88	0.78669	2.40	0.99931
0.30	0.32863	0.92	0.80677	2.60	0.99976
0.32	0.34913	0.96	0.82542	2.80	0.99992
0.34	0.36936	1.00	0.84270	3.00	0.99998

- A função erro de Gauss é definida pela relação:

$$\operatorname{erf}(w) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^w e^{-v^2} dv$$

- A solução para o CASO 1 pode ser obtida utilizando a **variável de similaridade** η na qual a equação do calor, que é uma **equação diferencial parcial** é **convertida** em uma **equação diferencial ordinária**.
- A idéia da variável de similaridade é que **independente dos valores** de x e t a temperatura pode ser representada como **uma única função** de η .
- No caso do sólido semi-infinito, essa técnica é válida somente para o CASO 1. Para os CASOS 2 e 3 a técnica da **Transformada de Laplace** pode ser utilizada.
- A variável de similaridade no CASO 1 é:
$$\eta = \frac{x}{(4\alpha t)^{1/2}}$$

- Problema original do CASO 1:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad T(x,0) = T_i \quad T(x \rightarrow \infty, t) = T_i \quad T(0,t) = T_s$$

- Obtenção das derivadas da E.D.P. utilizando a variável η :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT}{d\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{x}{(4\alpha t)^{1/2}} \right] \frac{dT}{d\eta} = \frac{1}{(4\alpha t)^{1/2}} \frac{dT}{d\eta}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{d}{d\eta} \left[\frac{\partial T}{\partial x} \right] \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{d}{d\eta} \left[\frac{1}{(4\alpha t)^{1/2}} \frac{dT}{d\eta} \right] \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{x}{(4\alpha t)^{1/2}} \right] = \frac{1}{4\alpha t} \frac{d^2 T}{d\eta^2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{dT}{d\eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{x}{(4\alpha t)^{1/2}} \right] \frac{dT}{d\eta} = -\frac{1}{2t} \frac{x}{(4\alpha t)^{1/2}} \frac{dT}{d\eta} = -\frac{\eta}{2t} \frac{dT}{d\eta}$$

- Substituindo as derivadas $\partial^2 T / \partial x^2$ e $\partial T / \partial \eta$ na E.D.P. original obtém-se:

$$\frac{1}{4\alpha t} \frac{d^2 T}{d\eta^2} = -\frac{\eta}{2\alpha t} \frac{dT}{d\eta} \Rightarrow \frac{d^2 T}{d\eta^2} = -2\eta \frac{dT}{d\eta}$$

- As condições de contorno tornam-se:

$$T(x \rightarrow \infty, t) = T_i \Rightarrow T(\eta \rightarrow \infty) = T_i$$

$$T(0, t) = T_s \Rightarrow T(\eta = 0) = T_s$$

- A forma de $T(\eta)$ é obtida pela **separação de variáveis** da E.D.O.:

$$\frac{d(dT/d\eta)}{(dT/d\eta)} = -2\eta d\eta$$

- Integrando, tem-se que:

$$\ln(dT/d\eta) = -\eta^2 + C_1' \Rightarrow \frac{dT}{d\eta} = C_1 \exp(-\eta^2)$$

- Integrando uma segunda vez obtemos:

$$T = C_1 \int_0^\eta \exp(-u^2) du + C_2$$

- Utilizando as condições de contorno obtém-se que:

$$C_1 = \frac{2(T_i - T_s)}{\pi^{1/2}} \quad C_2 = T_s$$

- A distribuição de temperaturas pode ser representada por:

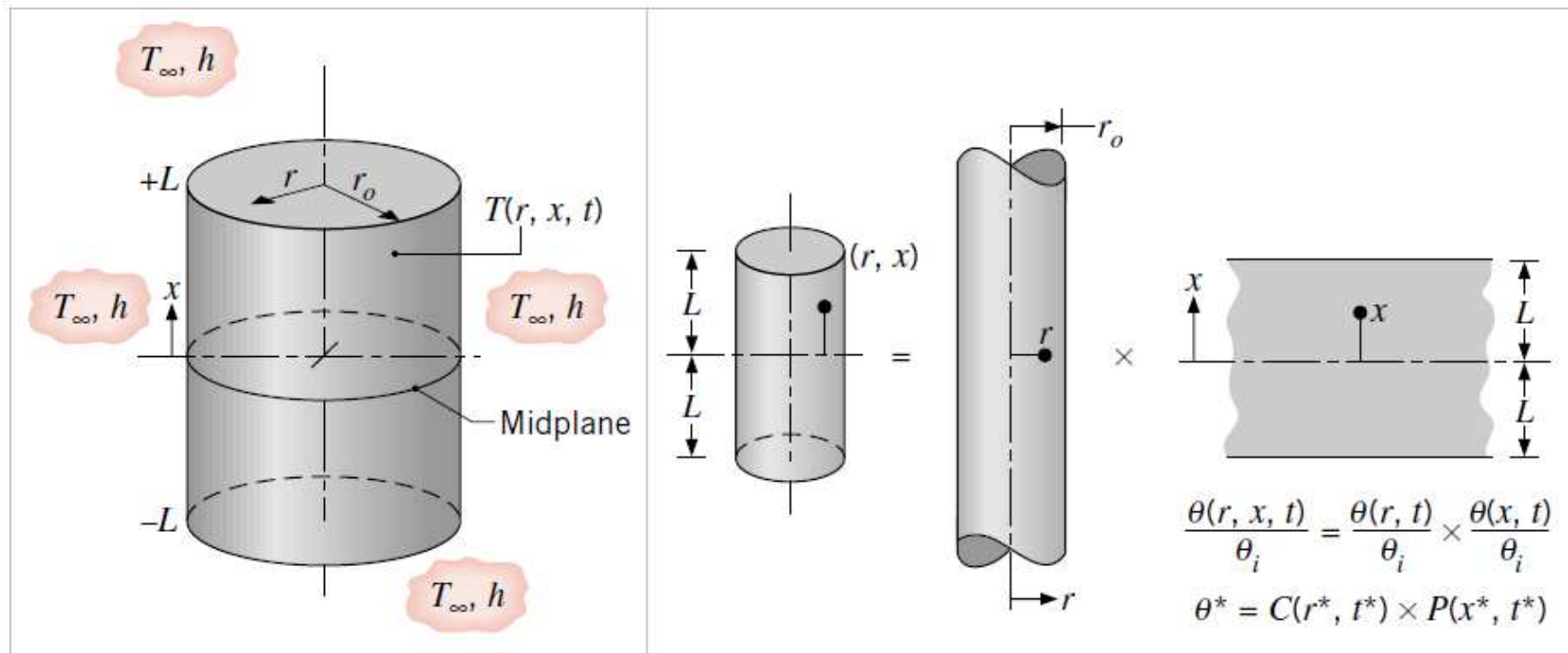
$$\frac{T - T_s}{T_i - T_s} = \left(2/\pi^{1/2}\right) \int_0^\eta \exp(-u^2) du = \operatorname{erf} \eta \Rightarrow \frac{T(x,t) - T_s}{T_i - T_s} = \operatorname{erf} \left[\frac{x}{(4\alpha t)^{1/2}} \right]$$

- O **fluxo de calor superficial** é obtido pela lei de Fourier em $x = 0$:

$$q_s'' = -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = -k(T_i - T_s) \frac{d(\operatorname{erf} \eta)}{d\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_{\eta=0} \Rightarrow q_s'' = \frac{k(T_s - T_i)}{(\pi\alpha t)^{1/2}}$$

5.8 FEITOS MULTIDIMENSIONAIS

- Problemas transientes são freqüentemente encontrados em situações bidimensionais e tridimensionais.
- A solução de tais problemas pode ser obtida a partir da combinação das soluções transientes unidimensionais para parede plana, cilindro infinito e sólido semi-infinito.
- Seja o problema bidimensional transiente abaixo: um cilindro curto (comprimento e diâmetro comparáveis) inicialmente a T_i subitamente imerso em fluido com $T_\infty \neq T_i$.
- A temperatura no interior do cilindro dependerá de r , x e t .



- Para **propriedades constantes** e **sem geração de energia**, a forma bidimensional da equação do calor em coordenadas cilíndricas (r, z) , substituindo z por x , é:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

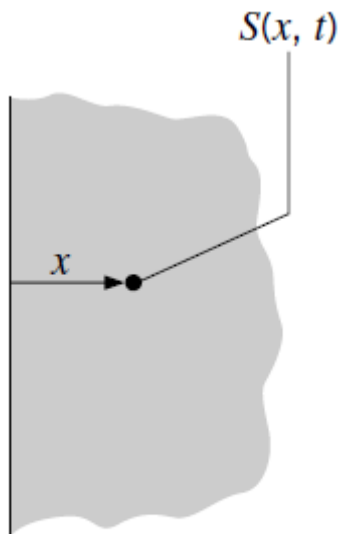
- Espera-se que a solução para a **distribuição de temperaturas** no cilindro seja na forma $T(r, x, t)$ e a solução para o problema de **condução bidimensional** no cilindro de raio r_o e comprimento $2L$ pode ser escrita pela composição da solução para um cilindro infinito de raio r_o e da solução para parede plana de espessura $2L$:

$$\frac{T(r, x, t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = \left. \frac{T(r, t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} \right|_{\text{Cilindro Infinito}} \times \left. \frac{T(x, t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} \right|_{\text{Parede Plana}}$$

- A expressão acima pode ser reescrita como:

$$\frac{\theta(r, x, t)}{\theta_i} = \frac{\theta(r, t)}{\theta_i} \Big|_{\text{Cilindro Infinito}} \times \frac{\theta(x, t)}{\theta_i} \Big|_{\text{Parede Plana}} \Rightarrow \theta^* = C(r^*, t^*) \times P(x^*, t^*)$$

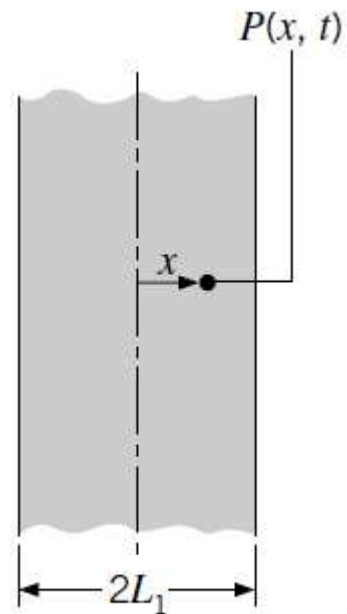
- Para $Fo > 0,2$ as soluções transientes unidimensionais para **parede plana** e **cilindro infinito** podem ser utilizadas com o primeiro termo da série infinita.
- Nas figuras abaixo podem ser visualizadas **geometrias multidimensionais** na qual a solução geral pode ser obtida utilizando o **produto de soluções unidimensionais**.
- A coordenada x para o **sólido semi-infinito** é medida a **partir da superfície** e para a **parede plana** ela é medida a **partir do plano médio**.



(a) Semi-infinite solid

$$S(x, t) = \frac{T(x, t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Sólido} \\ \text{semi-infinito} \end{array} \right.$$

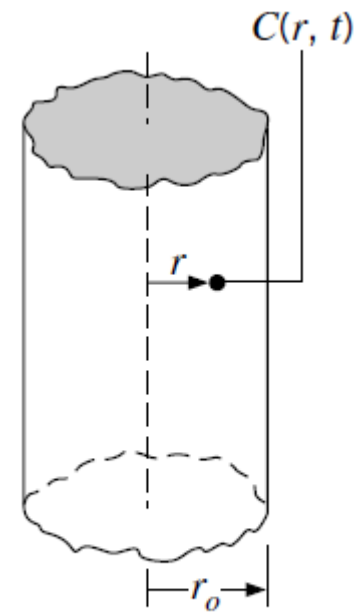
$$S(x, t) = \frac{\theta(x, t)}{\theta_i} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Sólido} \\ \text{semi-infinito} \end{array} \right.$$



(b) Plane wall

$$P(x, t) = \frac{T(x, t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Parede} \\ \text{plana} \end{array} \right.$$

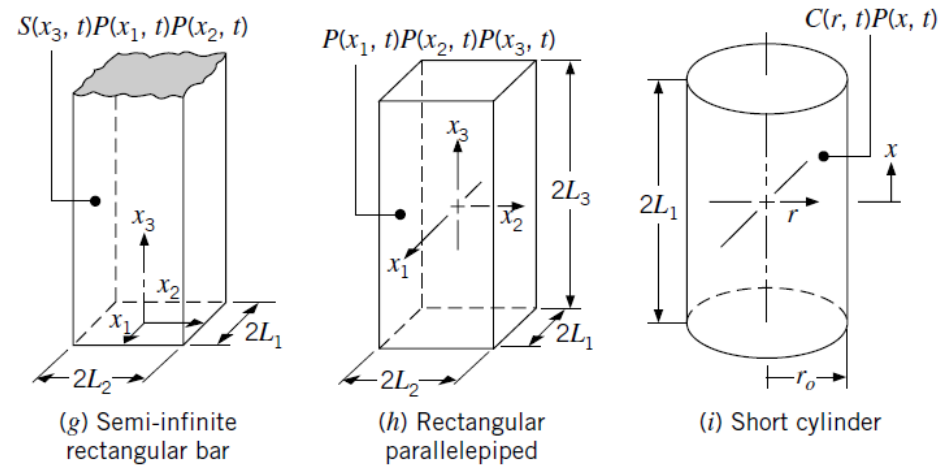
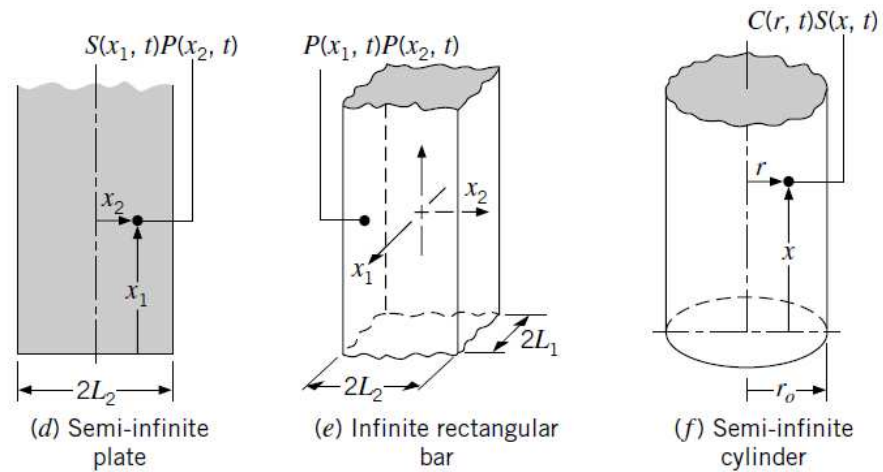
$$P(x, t) = \frac{\theta(x, t)}{\theta_i} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Parede} \\ \text{plana} \end{array} \right.$$



(c) Infinite cylinder

$$C(r, t) = \frac{T(r, t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Cilindro} \\ \text{infinito} \end{array} \right.$$

$$C(r, t) = \frac{\theta(r, t)}{\theta_i} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Cilindro} \\ \text{infinito} \end{array} \right.$$



Soluções para sistemas multidimensionais

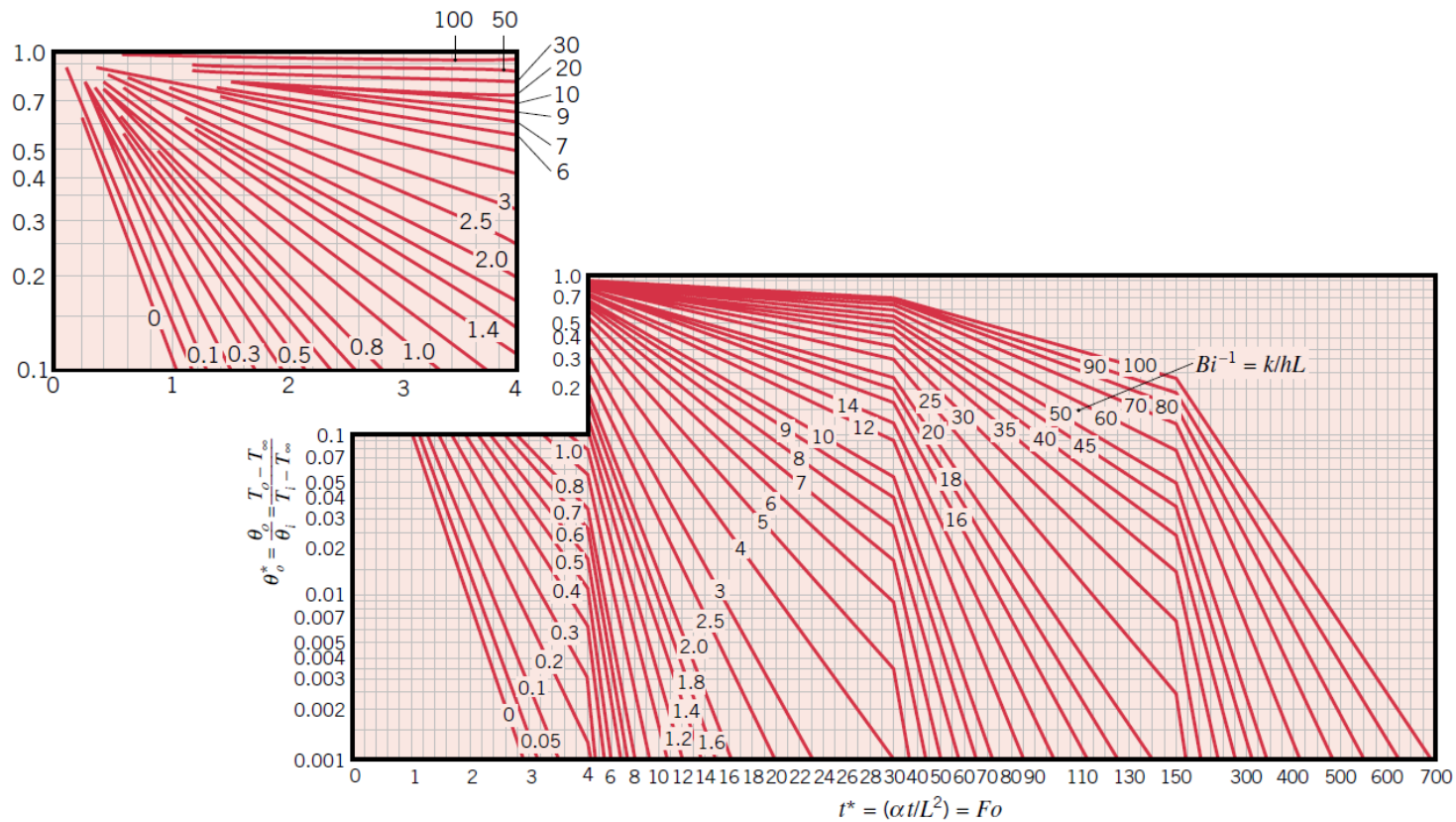
- Uma versão modificada da solução produto também pode ser usada para determinar a transferência de calor total transiente a partir de ou para uma geometria multidimensional, utilizando os valores unidimensionais, conforme mostrou Langston em 1982.
- Para uma **geometria 2D** formada por geometrias 1D 1 e 2:

$$\left(\frac{Q}{Q_o}\right)_{2D} = \left(\frac{Q}{Q_o}\right)_1 + \left(\frac{Q}{Q_o}\right)_2 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_o}\right)_1\right]$$

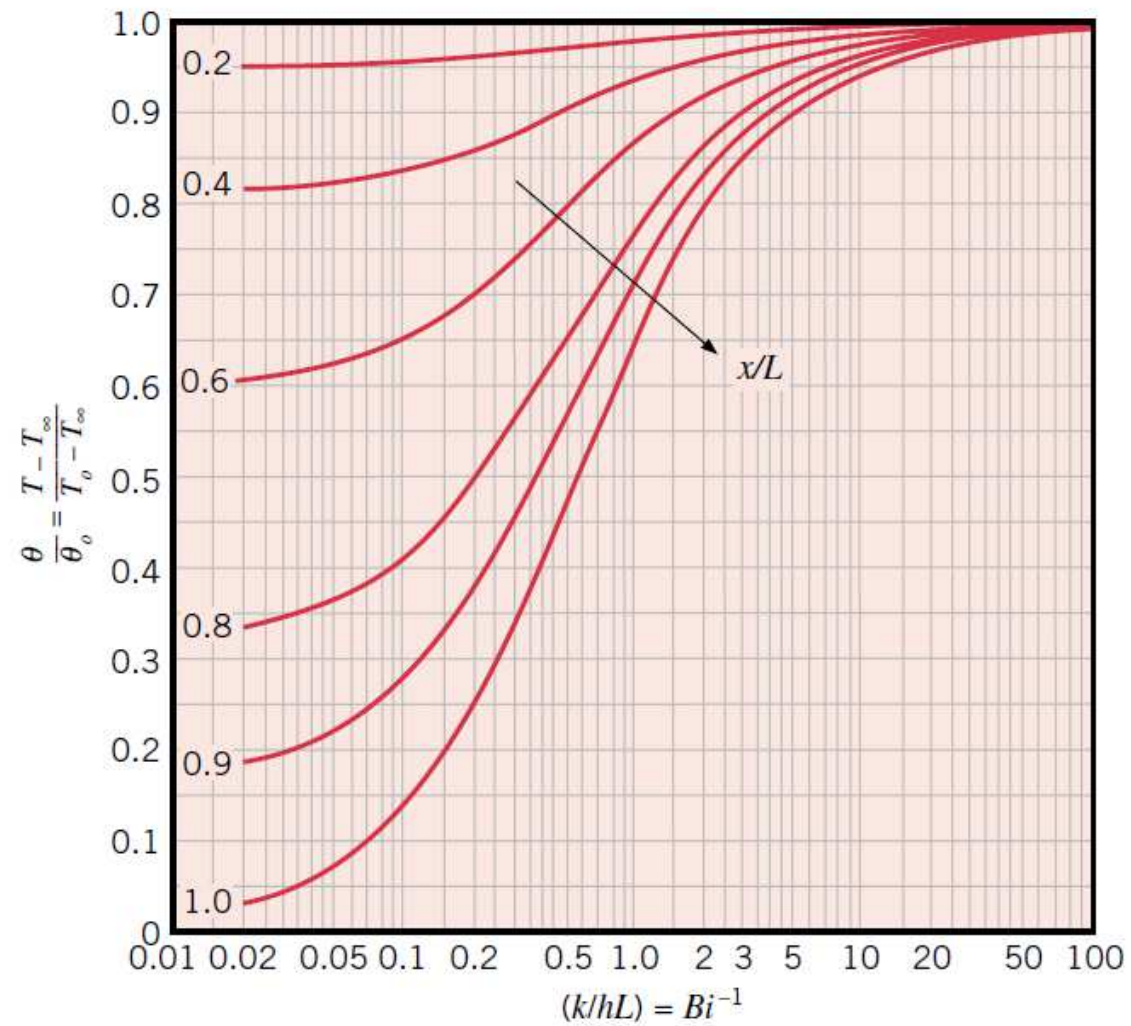
- Para uma **geometria 3D** formada por geometrias 1D 1, 2 e 3:

$$\left(\frac{Q}{Q_o}\right)_{3D} = \left(\frac{Q}{Q_o}\right)_1 + \left(\frac{Q}{Q_o}\right)_2 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_o}\right)_1\right] + \left(\frac{Q}{Q_o}\right)_3 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_o}\right)_1\right] \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_o}\right)_2\right]$$

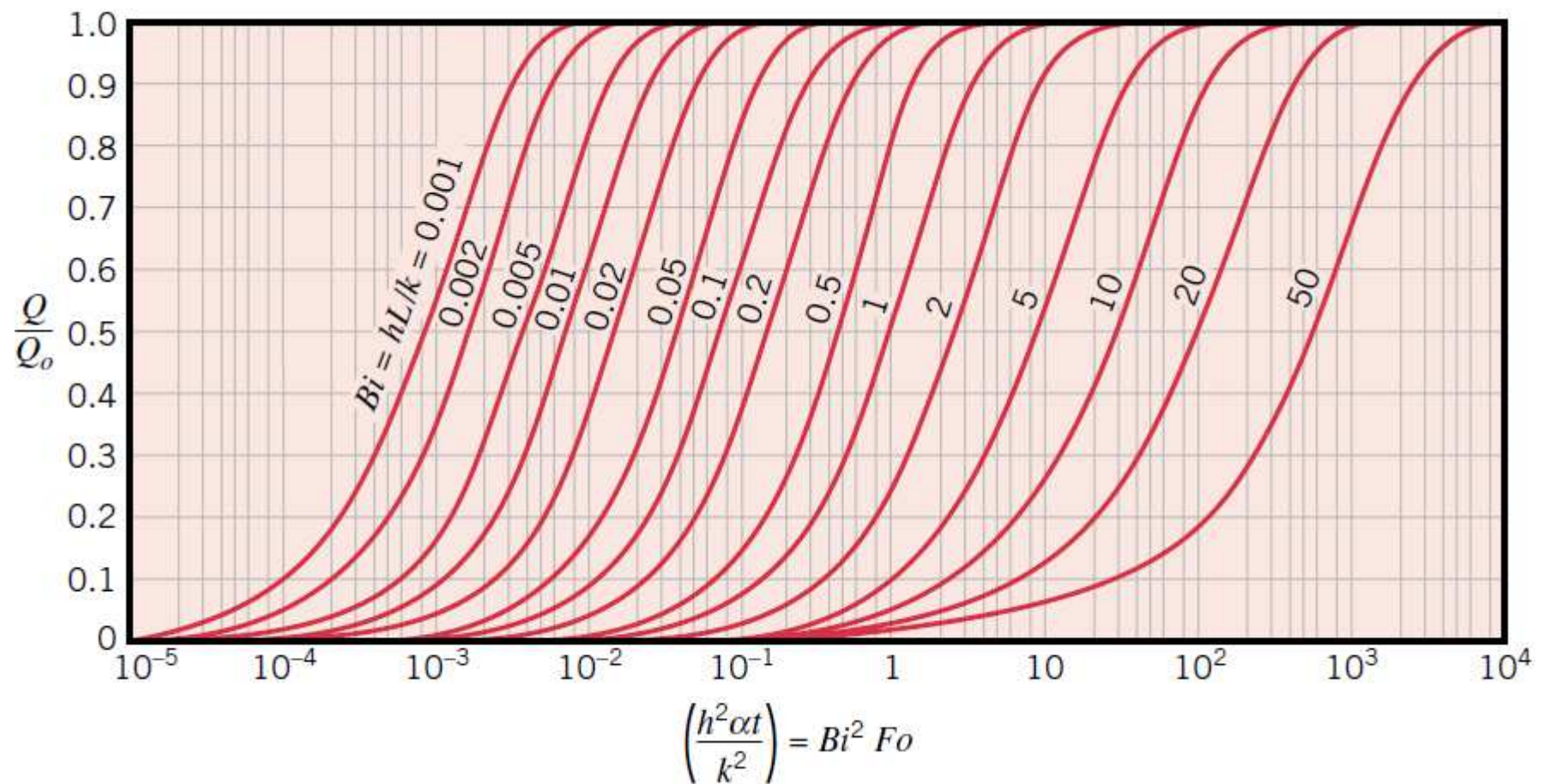
5.9 REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS DA CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL TRANSIENTE – CARTAS DE HEISLER



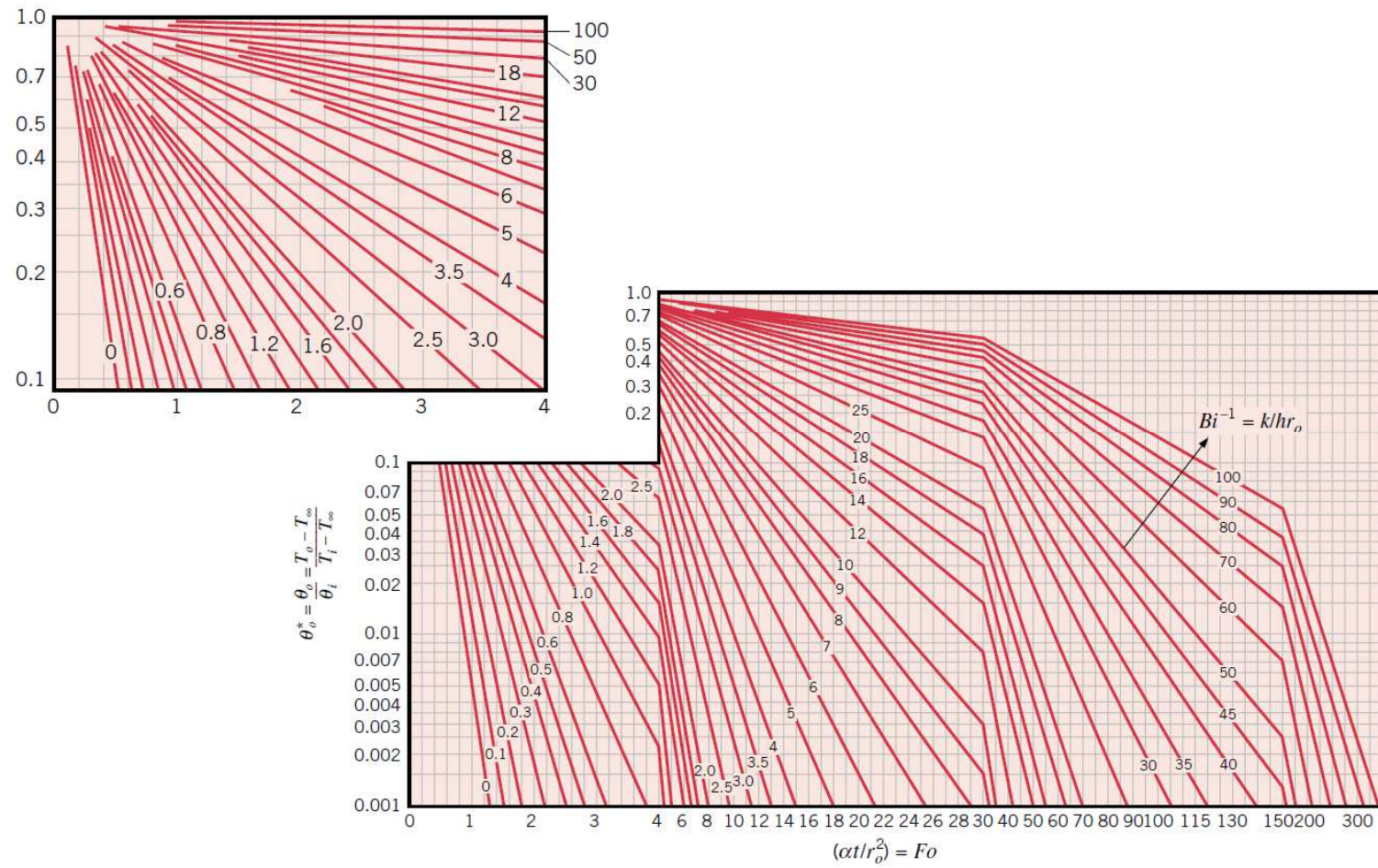
Temperatura no plano central como uma função do tempo para uma parede plana de espessura $2L$.



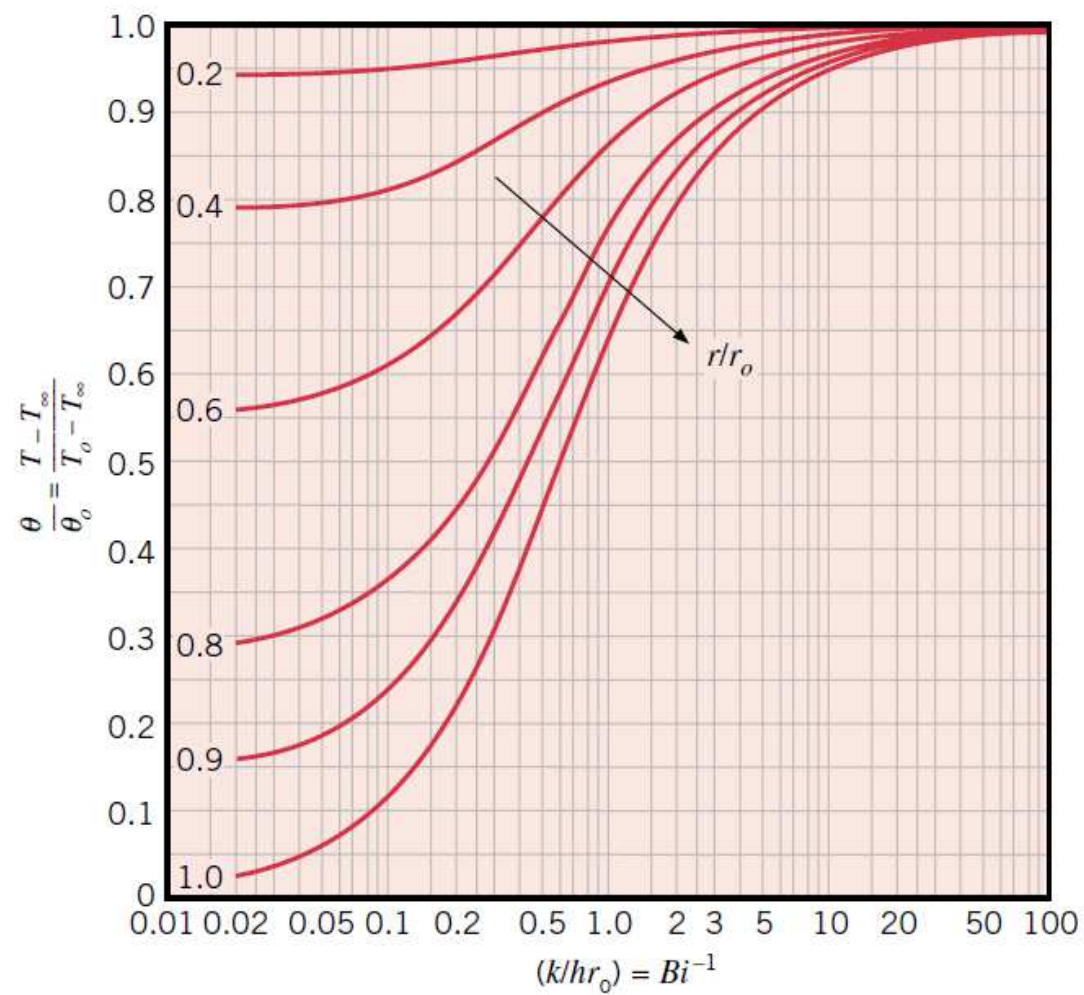
Distribuição de temperatura em uma parede plana de espessura $2L$.



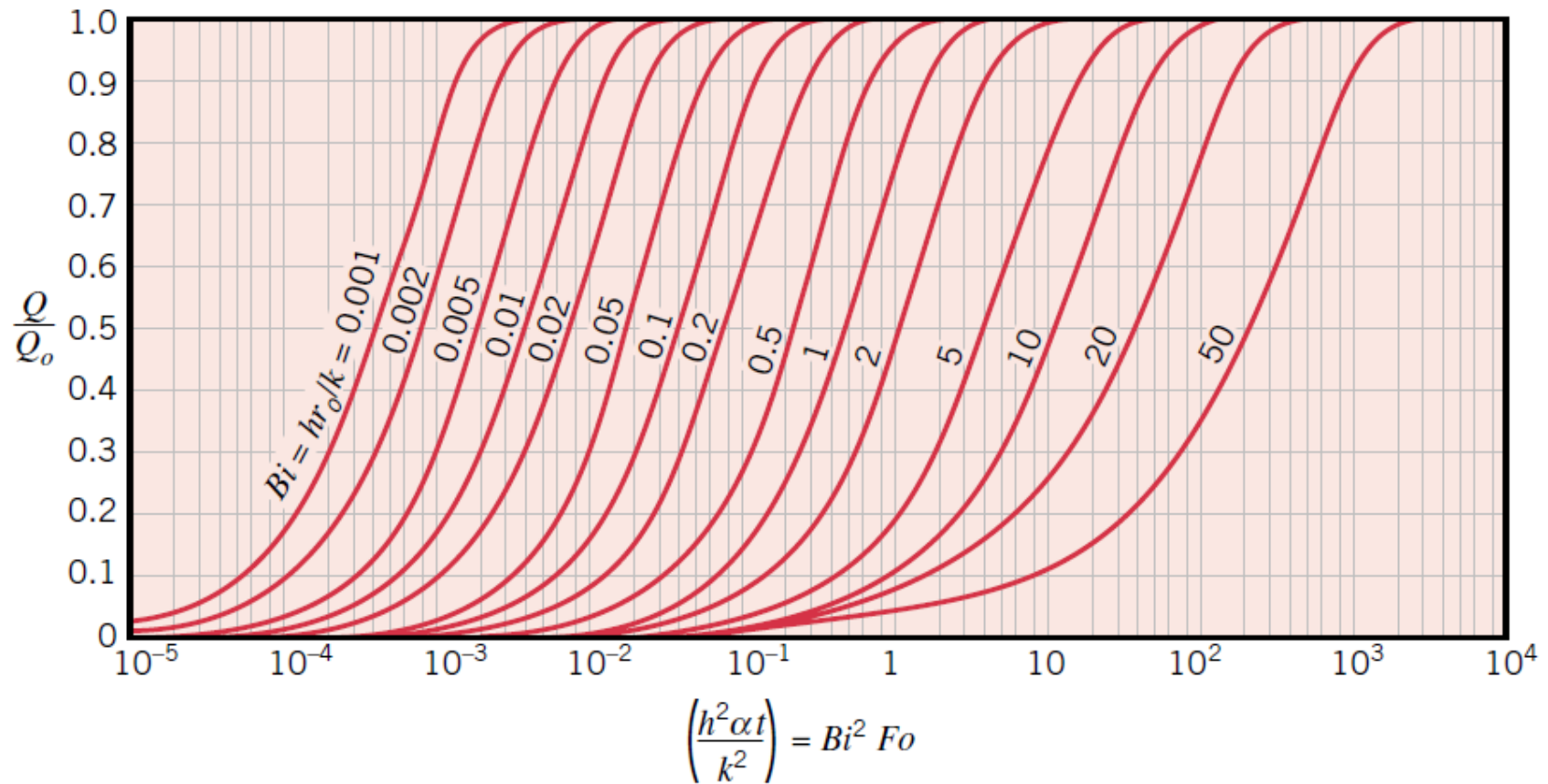
Energia transferida em função do tempo para uma parede plana de espessura $2L$.



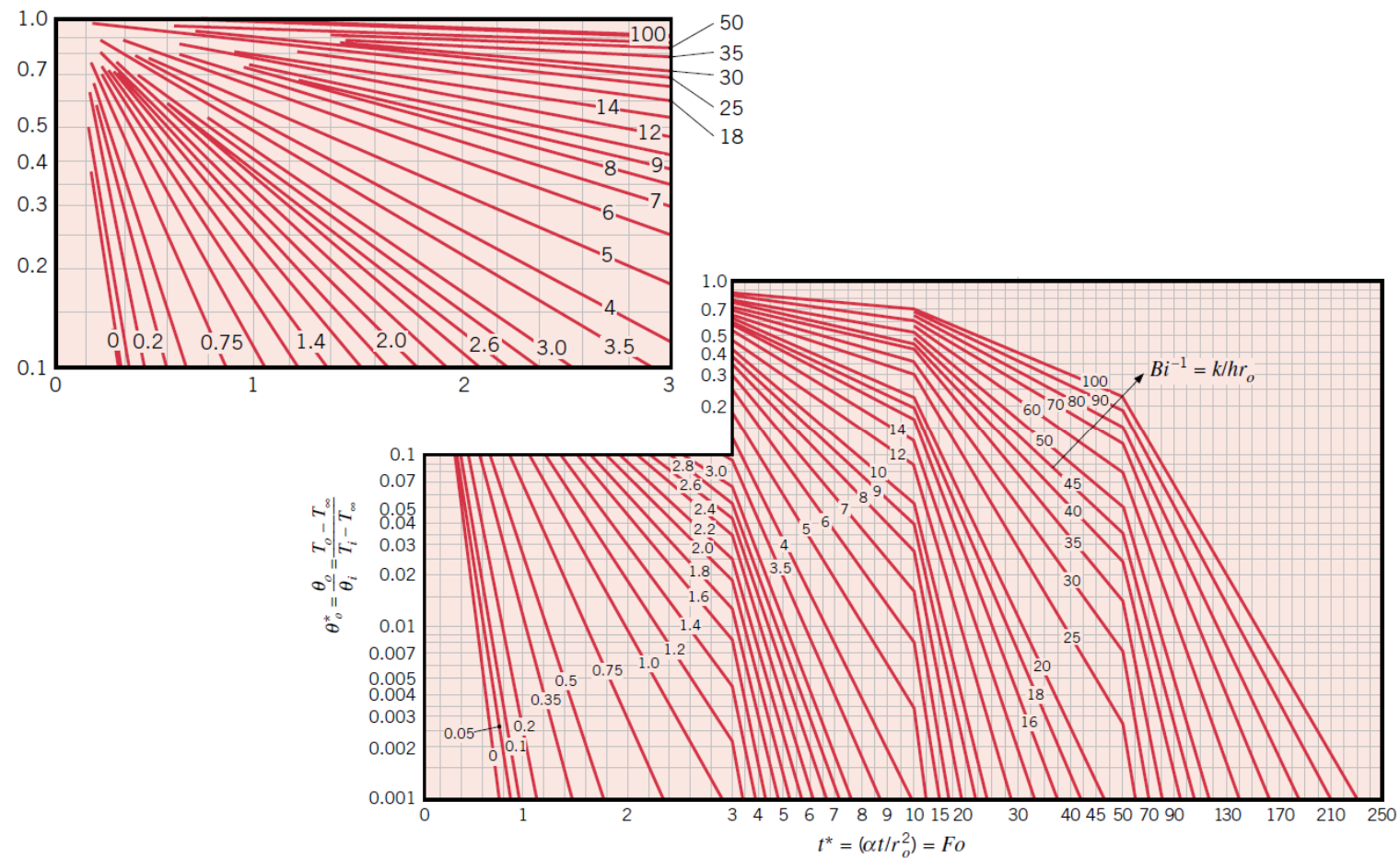
Temperatura no centro como uma função do tempo para um cilindro infinito de raio r_o .



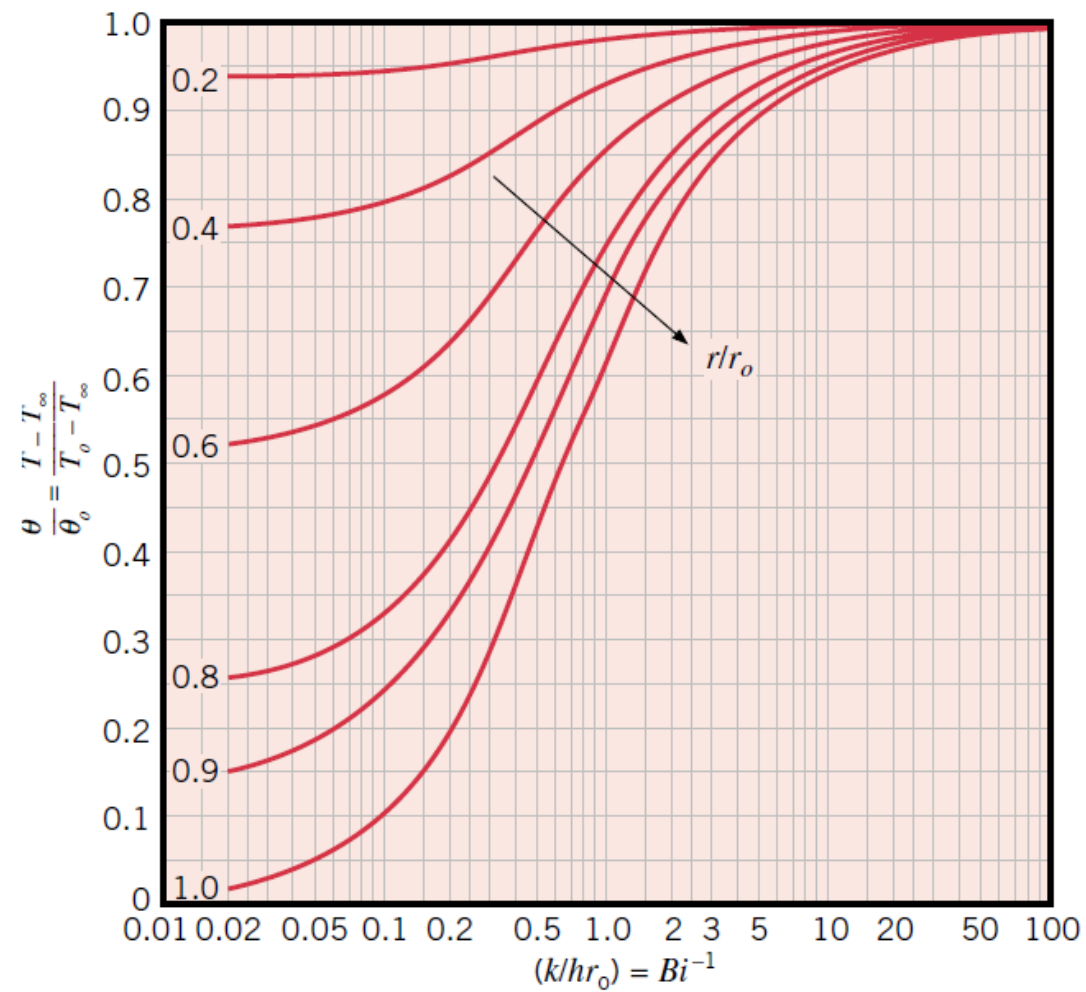
Distribuição de temperatura em um cilindro infinito de raio r_0 .



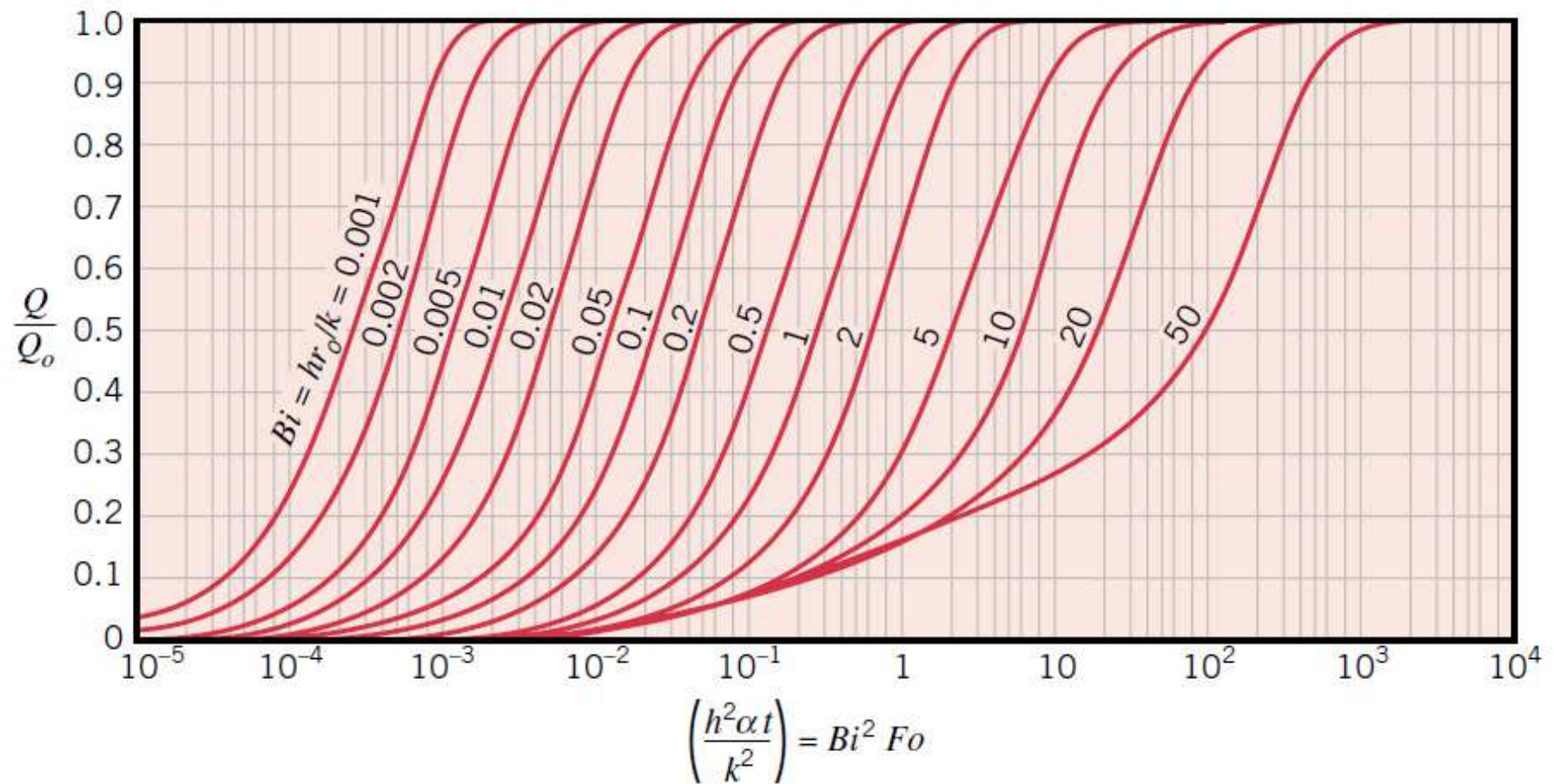
Energia transferida em função do tempo para um cilindro infinito de raio r_o .



Temperatura no centro como uma função do tempo para uma esfera de raio r_o .



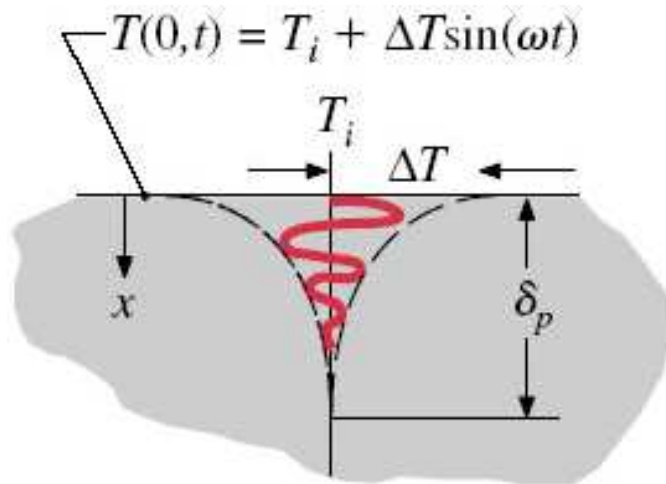
Distribuição de temperatura em uma esfera de raio r_o .



Energia transferida em função do tempo para uma esfera de raio r_o .

5.10 AQUECIMENTO PERIÓDICO

- Surge em situações tais como o processamento térmico de materiais utilizando **laser pulsante** e a **coleta de energia solar**.
- Por exemplo, para o sólido semi-infinito mostrado abaixo o problema a ser resolvido tem a seguinte forma:



$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$T(x,0) = T_i$$

$$T(x \rightarrow \infty, t) = T_i$$

$$T(0,t) = T_s = T_i + \Delta T \sin(\omega t)$$

- A solução desse problema tem a seguinte forma:

$$\frac{T(x,t) - T_i}{\Delta T} = \exp[-x\sqrt{\omega/2\alpha}] \sin[\omega t - x\sqrt{\omega/2\alpha}]$$

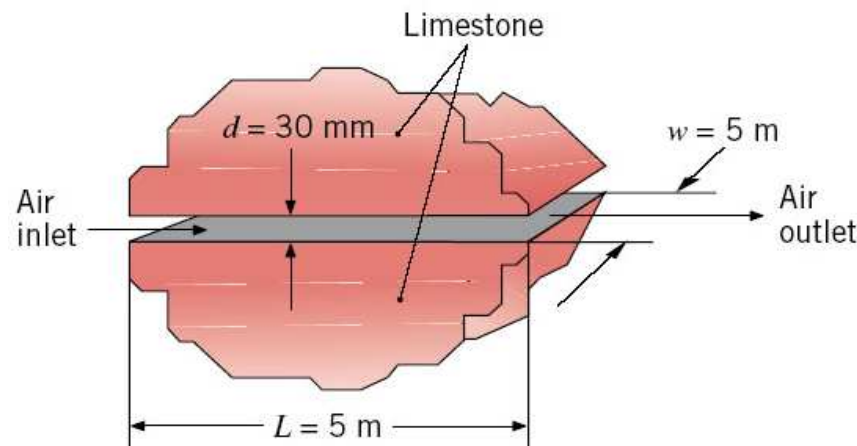
$$q_s''(t) = k\Delta T \sqrt{\omega/\alpha} \sin(\omega t + \pi/4)$$

ω : frequência [1/s]

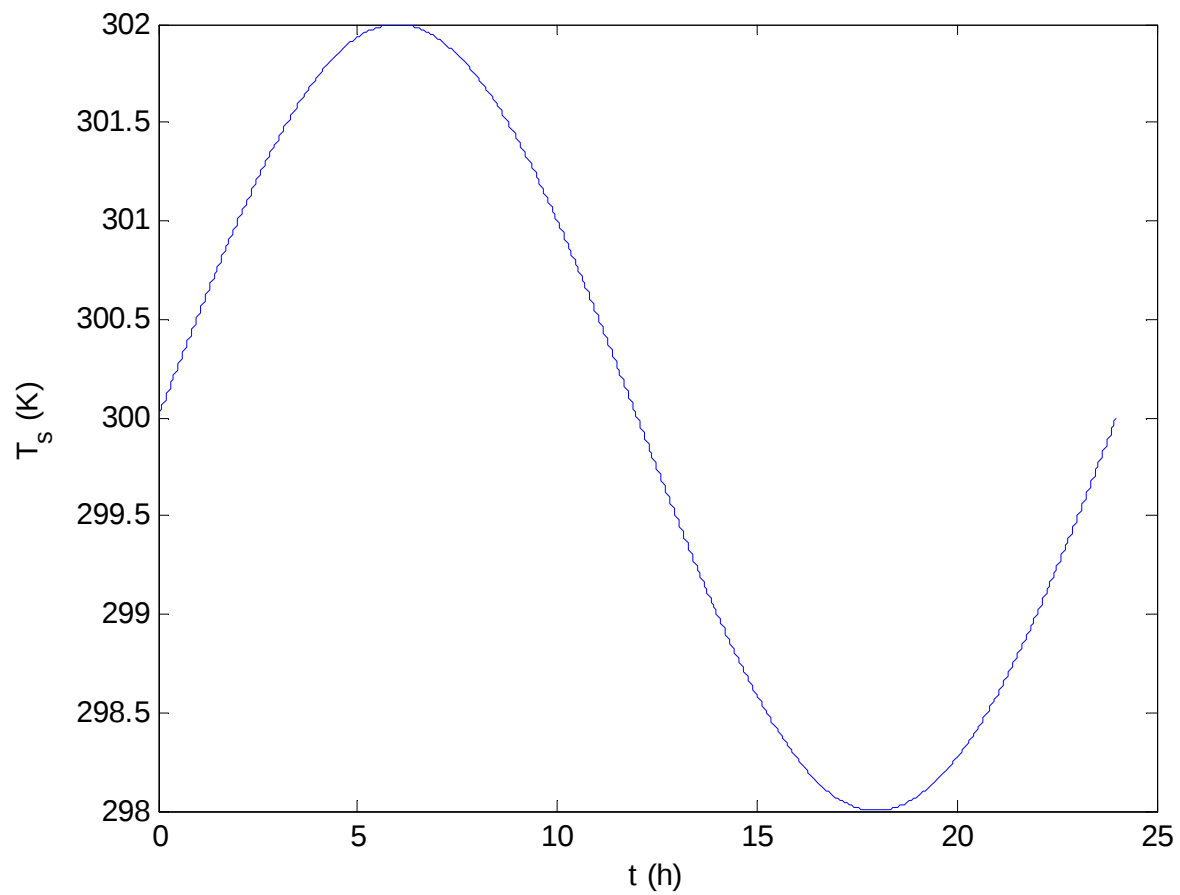
ΔT : amplitude da variação da temperatura superficial [°C ou K]

- δ_p é a **espessura de penetração térmica**, que é uma indicação da extensão na qual efeitos de temperatura significativos se propagam no interior do meio. Para $x > \delta_p = 4\sqrt{\alpha/\omega}$ a amplitude da flutuação da temperatura está reduzida em aproximadamente 90% em relação à superfície.

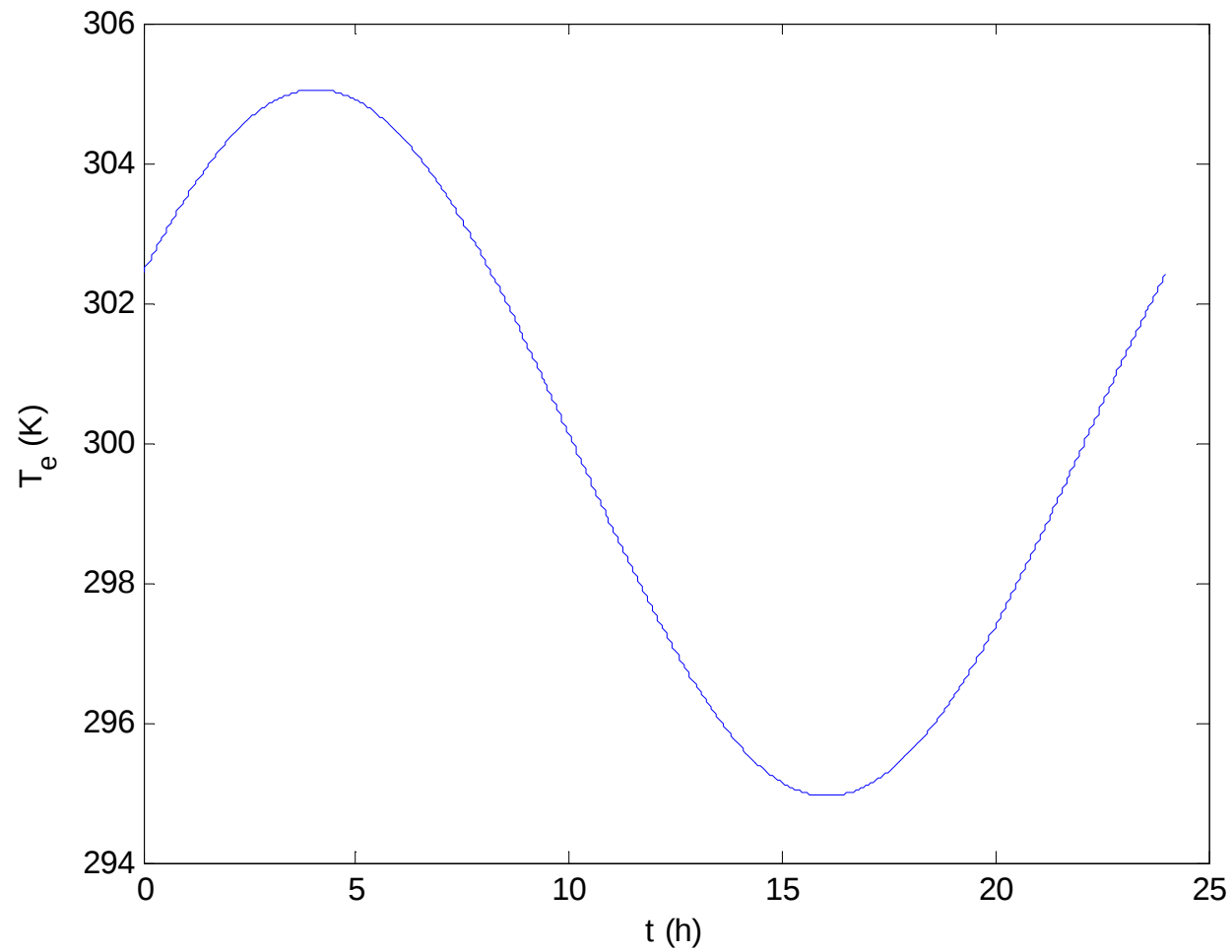
EXEMPLO: Um meio de armazenamento de energia térmica é constituído de uma grande massa de calcário. Ar ambiente é bombeado através de uma fissura no calcário, de 30 mm de altura, 5 m de comprimento e 5 m de largura, a uma velocidade de 2 m/s, fornecendo um coeficiente de transferência de calor entre o ar e o calcário de $10 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. Ao longo de um período de 24 horas, a temperatura na superfície do calcário adjacente à corrente de ar e próximo de sua entrada exhibe um comportamento periódico com valores máximo e mínimo de 302 e 298 K, respectivamente.



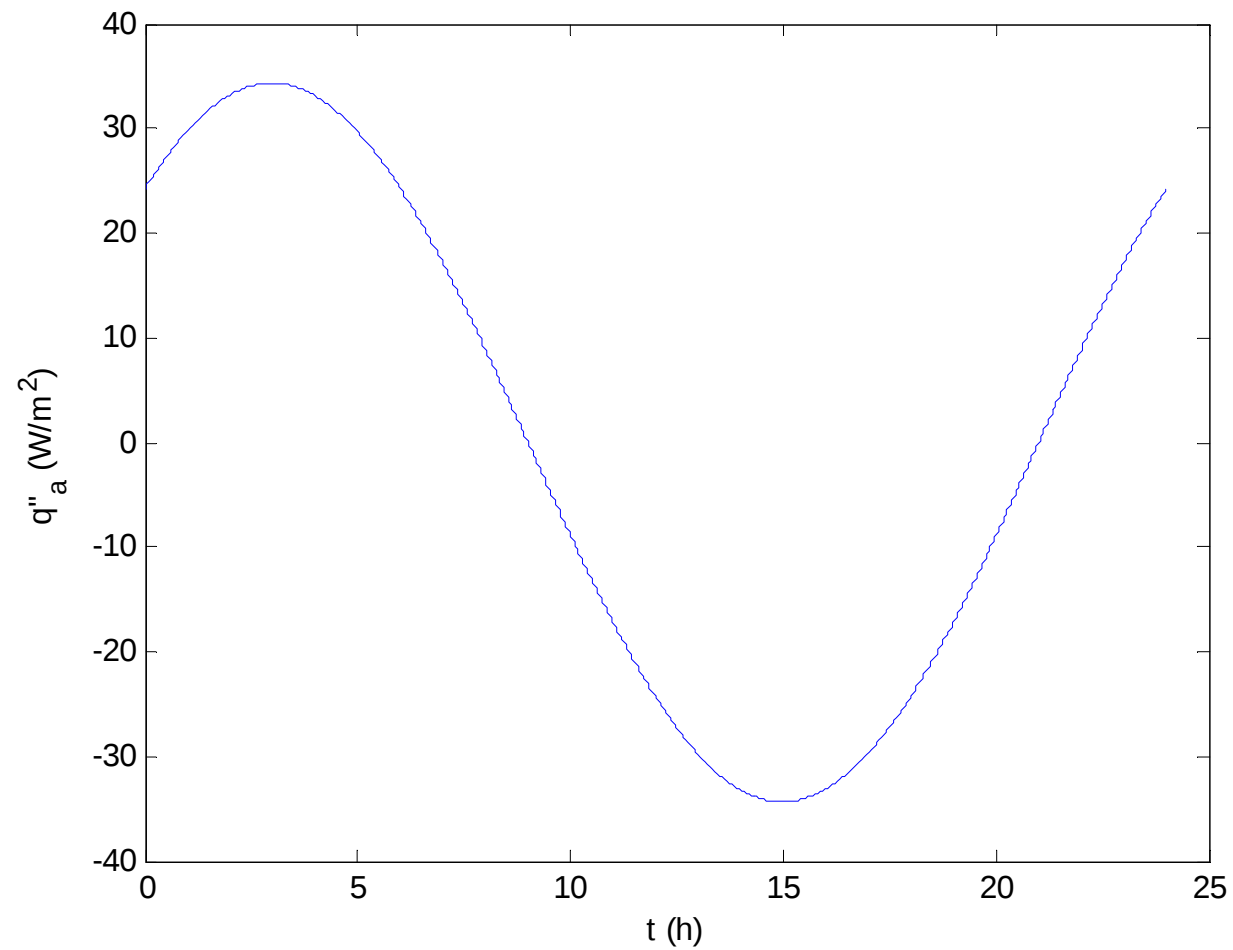
- (a)** Determine os valores mínimo e máximo da temperatura do ar próximo à sua entrada.
- (b)** Determine o fluxo térmico máximo para o ar durante o período de 24 horas próximo a entrada. Determine as temperaturas de entrada e saída do ar no tempo correspondente ao fluxo térmico máximo no ar.
- (c)** Determine as temperaturas de saída do ar nos tempos correspondentes às temperaturas de entrada máxima e mínima.
- (d)** Represente graficamente a temperatura de entrada do ar, a temperatura da superfície do calcário e o fluxo de calor para o ar durante as 24 horas.
- (e)** Qual é a espessura de calcário necessária para garantir que o calcário possa ser visto como um meio semi-infinito?



Variação da temperatura da superfície do calcário em função do tempo.



Variação da temperatura de entrada do ar em função do tempo.



Variação do fluxo de calor para o calcário em função do tempo.

5.11 OBJETOS COM TEMPERATURAS OU FLUXOS TÉRMICOS CONSTANTES NA SUPERFÍCIE

- Nos tópicos 5.5 e 5.6 foram mostradas soluções para **parede plana, cilindro e esfera** com **condição de convecção na superfície**.
- Para $Bi = \infty$ essas soluções podem ser utilizadas para **condição de temperatura superficial constante**.
- No tópico 5.7 foram mostradas soluções para **meio semi-infinito** com **condições de temperatura na superfície constante, fluxo térmico na superfície constante e convecção na superfície**.
- Esse tópico enfatiza soluções transientes para objetos com **condição de temperatura e fluxo superficial constantes**.

5.11.1 CONDIÇÕES DE CONTORNO DE TEMPERATURA CONSTANTE

SÓLIDO SEMI-INFINITO:

- Para **temperatura superficial constante** o fluxo de calor é:

$$q_s''(t) = \frac{k(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi\alpha t}}$$

- É conveniente escrever um **fluxo de calor na forma adimensional**:

$$q^* = \frac{q_s'' L_c}{k(T_s - T_i)}$$

- Substituindo a expressão de $q_s''(t)$ na expressão de q^* obtém-se:

$$q^* = \frac{k(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi\alpha t}} \frac{L_c}{k(T_s - T_i)} = \frac{1}{\sqrt{\pi(\alpha t/L_c^2)}} \Rightarrow q^* = \frac{1}{\sqrt{\pi Fo}}$$

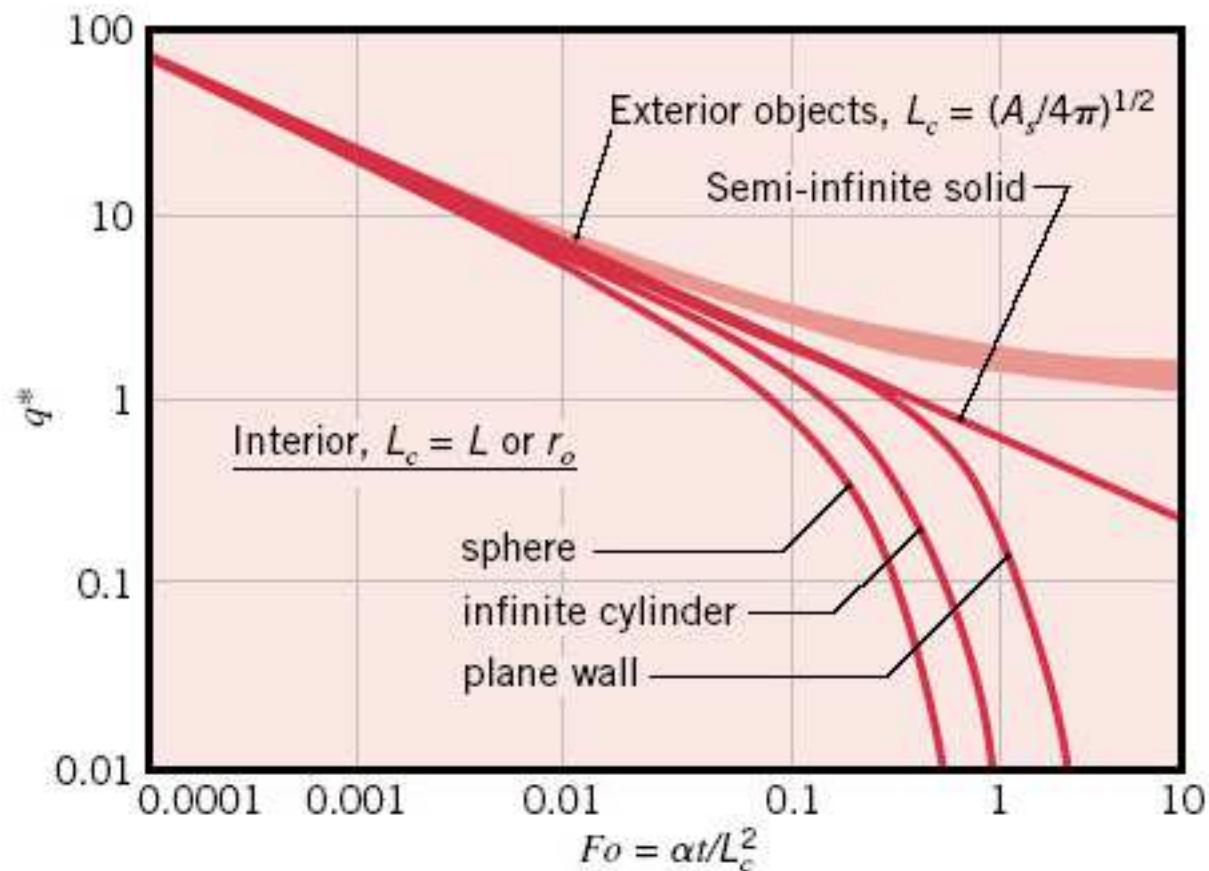
TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO INTERIOR: PAREDE PLANA, CILINDRO E ESFERA:

- Parede plana: $\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-\zeta_n^2 Fo) \cos(\zeta_n x^*)$
- Cilindro infinito: $\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-\zeta_n^2 Fo) J_0(\zeta_n r^*)$

- Esfera: $\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-\zeta_n^2 Fo) \frac{1}{\zeta_n r^*} \text{sen}(\zeta_n r^*)$
- Utilizando as três soluções anteriores para $Bi = \infty$ em conjunto com a lei de Fourier e a taxa de calor adimensional pode-se representar q^* em função do número de Fourier.

TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO EXTERIOR: VÁRIAS GEOMETRIAS:

- Nesse caso, considera-se um objeto imerso em um meio exterior de extensão infinita, inicialmente a T_i . Subitamente a temperatura superficial do corpo é alterada para T_s . Em casos exteriores, o comprimento característico é $L_c = (A_s/4\pi)^{1/2}$.



TAXAS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR ADIMENSIONAIS
TRANSIENTES PARA UMA VARIEDADE DE GEOMETRIAS
COM TEMPERATURA NA SUPERFÍCIE CONSTANTE.

RESUMO DE RESULTADOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR TRANSIENTE PARA CASOS DE TEMPERATURA CONSTANTE NA SUPERFÍCIE

Geometry	Length Scale, L_c	$q^*(Fo)$				Maximum Error (%)
		Exact Solutions	Approximate Solutions			
			$Fo < 0.2$	$Fo \geq 0.2$		
Semi-infinite	L (arbitrary)	$\frac{1}{\sqrt{\pi Fo}}$	Use exact solution.		none	
Interior Cases						
Plane wall of thickness $2L$	L	$2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-\xi_n^2 Fo) \quad \xi_n = (n - \frac{1}{2})\pi$	$\frac{1}{\sqrt{\pi Fo}}$	$2 \exp(-\xi_1^2 Fo) \quad \xi_1 = \pi/2$	1.7	
Infinite cylinder	r_o	$2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-\xi_n^2 Fo) \quad J_0(\xi_n) = 0$	$\frac{1}{\sqrt{\pi Fo}} - 0.50 - 0.65 Fo$	$2 \exp(-\xi_1^2 Fo) \quad \xi_1 = 2.4050$	0.8	
Sphere	r_o	$2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-\xi_n^2 Fo) \quad \xi_n = n\pi$	$\frac{1}{\sqrt{\pi Fo}} - 1$	$2 \exp(-\xi_1^2 Fo) \quad \xi_1 = \pi$	6.3	
Exterior Cases						
Sphere	r_o	$\frac{1}{\sqrt{\pi Fo}} + 1$	Use exact solution.		none	
Various shapes (Table 4.1, cases 12–15)	$(A_s/4\pi)^{1/2}$	none	$\frac{1}{\sqrt{\pi Fo}} + q_s^*, \quad q_s^*$ from Table 4.1		7.1	

^a $q^* \equiv q_s'' L_c / k(T_s - T_i)$ and $Fo \equiv \alpha t / L_c^2$ where L_c is the length scale given in the table, T_s is the object surface temperature, and T_i is (a) the initial object temperature for the interior cases and (b) the temperature of the infinite medium for the exterior cases.

5.11.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO DE FLUXO TÉRMICO CONSTANTE

SÓLIDO SEMI-INFINITO:

- Para **fluxo de calor constante**, a distribuição de temperaturas é:

$$T(x,t) - T_i = \frac{2q_s''(\alpha t/\pi)^{1/2}}{k} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - \frac{q_s''x}{k} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

- É conveniente escrever um **fluxo de calor na forma adimensional**:

$$q^* = \frac{q_s'' L_c}{k(T_s - T_i)}$$

- Expressando $T(0,t) - T_i$ utilizando o perfil de temperaturas e substituindo na expressão de q^* obtém-se:

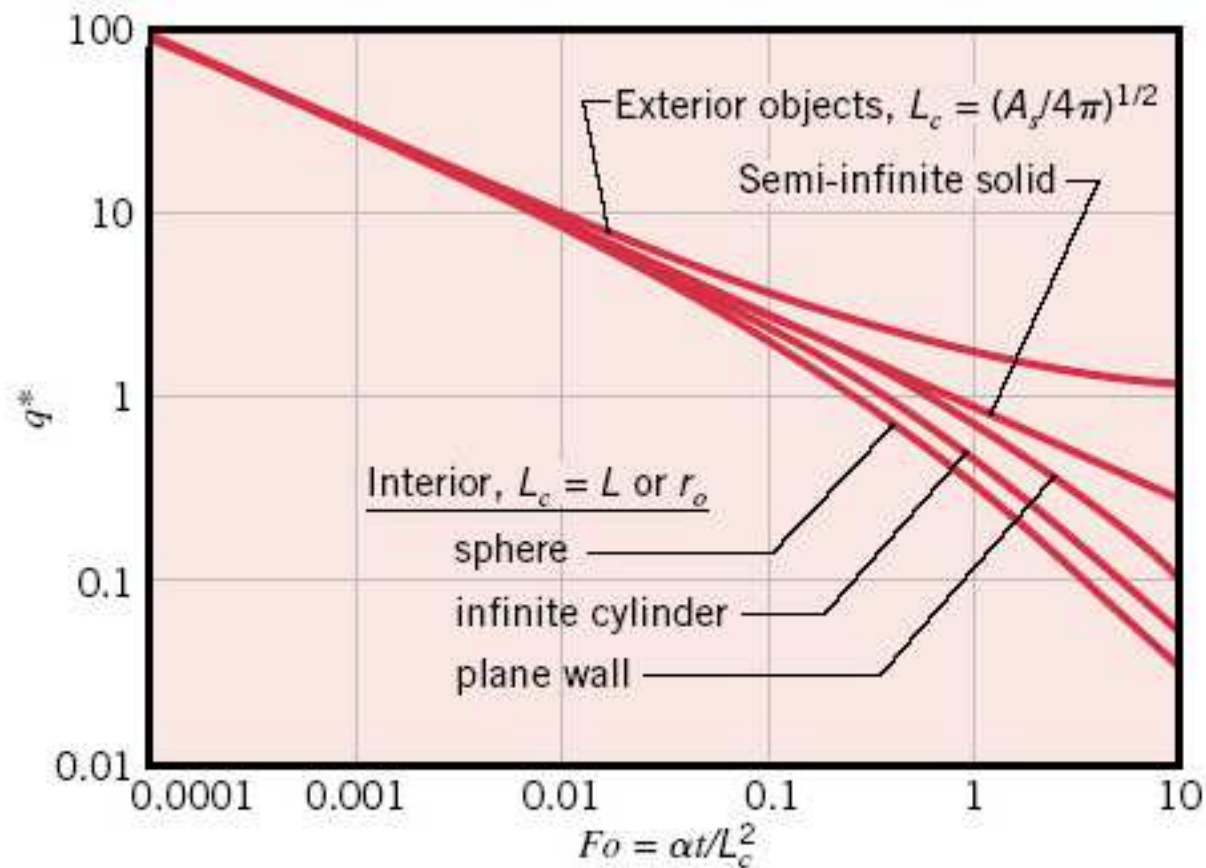
$$q^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{Fo}}$$

TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO INTERIOR: PAREDE PLANA, CILINDRO E ESFERA:

- Soluções para esses casos podem ser vistas graficamente.

TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO EXTERIOR: VÁRIAS GEOMETRIAS:

- Soluções para esses casos podem ser vistas graficamente.



TAXAS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR CONDUTIVAS
ADIMENSIONAIS TRANSIENTES PARA UMA VARIEDADE
DE GEOMETRIAS COM FLUXO TÉRMICO NA SUPERFÍCIE

RESUMO DE RESULTADOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR TRANSIENTE PARA CASOS DE FLUXO TÉRMICO CONSTANTE NA SUPERFÍCIE

		$q^*(Fo)$			
Geometry	Length Scale, L_c	Exact Solutions	Approximate Solutions		Maximum Error (%)
			$Fo < 0.2$	$Fo \geq 0.2$	
Semi-infinite	L (arbitrary)	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{Fo}}$	Use exact solution.		none
Interior Cases					
Plane wall of thickness $2L$	L	$\left[Fo + \frac{1}{3} - 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\zeta_n^2 Fo)}{\zeta_n^2} \right]^{-1} \quad \zeta_n = n\pi$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{Fo}}$	$\left[Fo + \frac{1}{3} \right]^{-1}$	5.3
Infinite cylinder	r_o	$\left[2Fo + \frac{1}{4} - 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\zeta_n^2 Fo)}{\zeta_n^2} \right]^{-1} \quad J_1(\zeta_n) = 0$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{Fo}} - \frac{\pi}{8}$	$\left[2Fo + \frac{1}{4} \right]^{-1}$	2.1
Sphere	r_o	$\left[3Fo + \frac{1}{5} - 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\zeta_n^2 Fo)}{\zeta_n^2} \right]^{-1} \quad \tan(\zeta_n) = \zeta_n$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{Fo}} - \frac{\pi}{4}$	$\left[3Fo + \frac{1}{5} \right]^{-1}$	4.5
Exterior Cases					
Sphere	r_o	$[1 - \exp(Fo)\text{erfc}(Fo^{1/2})]^{-1}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{Fo}} + \frac{\pi}{4}$	$\frac{0.77}{\sqrt{Fo}} + 1$	3.2
Various shapes (Table 4.1, cases 12–15)	$(A_s/4\pi)^{1/2}$	none	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{Fo}} + \frac{\pi}{4}$	$\frac{0.77}{\sqrt{Fo}} + q_{ss}^*$	unknown

^a $q^* \equiv q_s'' L_c / k(T_s - T_i)$ and $Fo \equiv \alpha t / L_c^2$ where L_c is the length scale given in the table, T_s is the object surface temperature, and T_i is (a) the initial object temperature for the interior cases and (b) the temperature of the infinite medium for the exterior cases.