



CAPÍTULO 6 – TROCADORES DE CALOR

Prof. Dr. Santiago del Rio Oliveira

6.4 ANÁLISE DE TROCADORES DE CALOR: O MÉTODO DA EFETIVIDADE-NUT

- O método MLDT é adequado quando as temperaturas dos fluidos na entrada são conhecidas e pelo menos uma temperatura de saída é conhecida.
- Quando apenas duas temperaturas são especificadas, o método MLDT exige um **procedimento iterativo trabalhoso**.
- Nesse caso, é preferível utilizar o método da **efetividade-NUT** ($\varepsilon - \text{NUT}$).

6.4.1 Definições

- **Taxa de capacidade térmica**: relação entre a taxa de transferência de calor de ou para um corpo e o aumento resultante na temperatura do corpo.

$$C = \dot{m}c_p = \frac{q}{\Delta T} \text{ [W/K]}$$

- Para uma taxa de transferência de calor conhecida q :

Um fluido com alta C experimenta baixo ΔT

Um fluido com baixa C experimenta alto ΔT

- Assim, a máxima taxa de transferência de calor (proporcional ao máximo ΔT) ocorre em um trocador de calor contracorrente de comprimento $L \rightarrow \infty$ para o fluido com baixa taxa de capacidade térmica ($C_{\min}$).
- A taxa de transferência de calor máxima possível é alcançada em um trocador com escoamento em contracorrente com $L \rightarrow \infty$, sendo definida como:

$$q_{\max} = C_{\min} (T_{q,ent} - T_{f,ent}) \quad (C_{\min} \text{ é o menor entre } C_f \text{ e } C_q)$$

- A efetividade ε é a razão entre a taxa de transferência de calor real em um trocador e a taxa de transferência de calor máxima possível:

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{\max}}$$

- Utilizando as expressões $q = C_q (T_{q,ent} - T_{q,sai})$ e $q = C_f (T_{f,sai} - T_{f,ent})$ na expressão anterior obtém-se:

$$\varepsilon = \frac{C_q (T_{q,ent} - T_{q,sai})}{C_{\min} (T_{q,ent} - T_{f,ent})} \quad \text{ou} \quad \varepsilon = \frac{C_f (T_{f,sai} - T_{f,ent})}{C_{\min} (T_{q,ent} - T_{f,ent})}$$

- Se ε , $T_{q,ent}$ e $T_{f,ent}$ forem conhecidos a taxa de transferência de calor real é:

$$q = \varepsilon C_{\min} (T_{q,ent} - T_{f,ent})$$

- Para qualquer trocador de calor, pode ser mostrado que:

$$\varepsilon = f\left(\text{NUT}, \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)$$

- $\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{C_f}{C_q}$ ou $\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{C_q}{C_f}$ dependendo da magnitude de C_q e C_f .
- **NUT** é o **número de unidades de transferência** (adimensional).

$$\text{NUT} = \frac{UA}{C_{\min}}$$

6.4.2 Relações efetividade-NUT

- Considere um trocador de calor com escoamento paralelo no qual $C_{\min} = C_q$.
- A efetividade $\varepsilon = \frac{C_q (T_{q,ent} - T_{q,sai})}{C_{\min} (T_{q,ent} - T_{f,ent})}$ desse trocador é escrita como:

$$\varepsilon = \frac{C_q (T_{q,ent} - T_{q,sai})}{C_{\min} (T_{q,ent} - T_{f,ent})} = \frac{C_q (T_{q,ent} - T_{q,sai})}{C_q (T_{q,ent} - T_{f,ent})} = \frac{(T_{q,ent} - T_{q,sai})}{(T_{q,ent} - T_{f,ent})} \quad (1)$$

- Dos balanços de energia para cada fluido obtém-se:

$$\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{\dot{m}_q c_{p,q}}{\dot{m}_f c_{p,f}} = \frac{q / (T_{q,ent} - T_{q,sai})}{q / (T_{f,sai} - T_{f,ent})} = \frac{(T_{f,sai} - T_{f,ent})}{(T_{q,ent} - T_{q,sai})} \quad (2)$$

- Considere a equação $\ln(\Delta T_2 / \Delta T_1) = -UA(1/C_q + 1/C_f)$ reescrita como:

$$\ln\left(\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}}\right) = -\frac{UA}{C_{\min}} \left(1 + \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right) \quad (3)$$

- O lado esquerdo da equação (3) pode ser reescrito como:

$$\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} = \frac{T_{q,sai} - T_{q,ent} + T_{q,ent} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} \quad (4)$$

- Substituindo $T_{f,sai}$ a partir da equação (2) obtém-se:

$$\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} = \frac{T_{q,sai} - T_{q,ent} + T_{q,ent} - [C_{\min}/C_{\max}(T_{q,ent} - T_{q,sai}) + T_{f,ent}]}{T_{q,ent} - T_{f,ent}}$$

$$\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} = \frac{(T_{q,sai} - T_{q,ent}) + (T_{q,ent} - T_{f,ent}) - C_{\min}/C_{\max}(T_{q,ent} - T_{q,sai})}{T_{q,ent} - T_{f,ent}}$$

$$\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} = -\left(\frac{T_{q,ent} - T_{q,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}}\right) + \left(\frac{T_{q,ent} - T_{f,ent}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}}\right) - \left(\frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)\left(\frac{T_{q,ent} - T_{q,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}}\right) \quad (5)$$

- Substituindo a Equação (1) na Equação (5) e rearranjando obtém-se:

$$\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} = -\varepsilon + 1 - \left(\frac{C_{\min}}{C_{\max}} \right) \varepsilon = 1 - \varepsilon \left(1 + \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \right) \quad (6)$$

- Substituindo a Equação (3) na Equação (6) e explicitando ε obtém-se:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\{-\text{NUT}[1 + (C_{\min}/C_{\max})]\}}{1 + (C_{\min}/C_{\max})} \quad (7)$$

- Os mesmos resultados poderiam ser obtidos se $C_{\min} = C_f$, ou seja, a Equação (7) se aplica para **qualquer trocador de calor com escoamento paralelo**.
- Na tabela abaixo, podem ser vistas relações de efetividade de trocadores de calor. $C_r = C_{\min}/C_{\max}$ é a **razão entre as capacidades térmicas**.

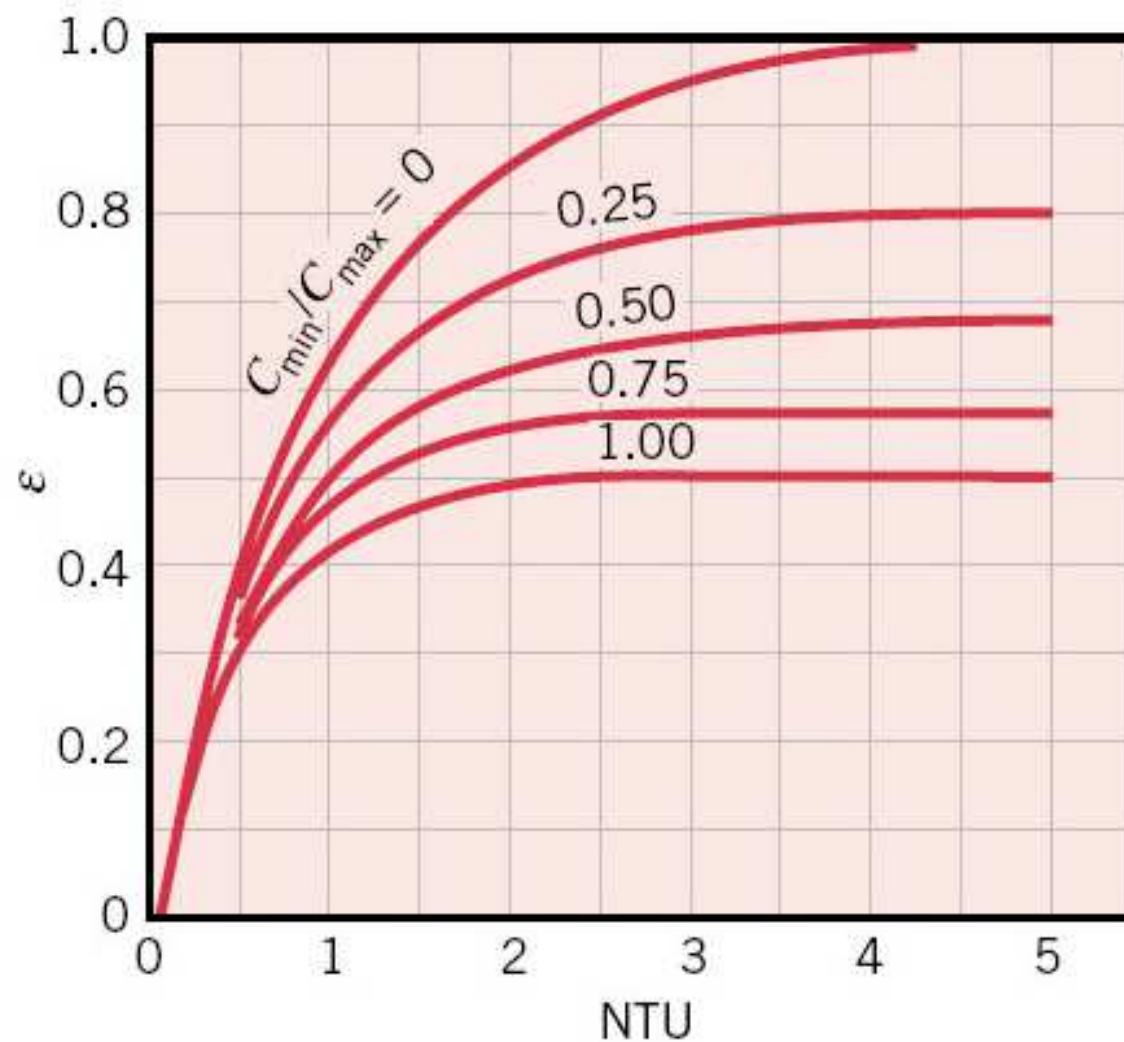
Flow Arrangement	Relation	
Concentric tube		
Parallel flow	$\varepsilon = \frac{1 - \exp [-NTU(1 + C_r)]}{1 + C_r}$	(11.28a)
Counterflow	$\varepsilon = \frac{1 - \exp [-NTU(1 - C_r)]}{1 - C_r \exp [-NTU(1 - C_r)]} \quad (C_r < 1)$	
	$\varepsilon = \frac{NTU}{1 + NTU} \quad (C_r = 1)$	(11.29a)
Shell-and-tube		
One shell pass (2, 4, . . . tube passes)	$\varepsilon_1 = 2 \left\{ 1 + C_r + (1 + C_r^2)^{1/2} \times \frac{1 + \exp [-(NTU)_1(1 + C_r^2)^{1/2}]}{1 - \exp [-(NTU)_1(1 + C_r^2)^{1/2}]} \right\}^{-1}$	(11.30a)
n Shell passes (2n, 4n, . . . tube passes)	$\varepsilon = \left[\left(\frac{1 - \varepsilon_1 C_r}{1 - \varepsilon_1} \right)^n - 1 \right] \left[\left(\frac{1 - \varepsilon_1 C_r}{1 - \varepsilon_1} \right)^n - C_r \right]^{-1}$	(11.31a)
Cross-flow (single pass)		
Both fluids unmixed	$\varepsilon = 1 - \exp \left[\left(\frac{1}{C_r} \right) (NTU)^{0.22} \{ \exp [-C_r(NTU)^{0.78}] - 1 \} \right]$	(11.32)
$C_{\max}$ (mixed), $C_{\min}$ (unmixed)	$\varepsilon = \left(\frac{1}{C_r} \right) (1 - \exp \{ -C_r [1 - \exp (-NTU)] \})$	(11.33a)
$C_{\min}$ (mixed), $C_{\max}$ (unmixed)	$\varepsilon = 1 - \exp (-C_r^{-1} \{ 1 - \exp [-C_r(NTU)] \})$	(11.34a)
All exchangers ($C_r = 0$)	$\varepsilon = 1 - \exp (-NTU)$	(11.35a)

- Em cálculos envolvendo **projeto de trocadores de calor**, é mais conveniente trabalhar com relações $\varepsilon - \text{NUT}$ na forma:

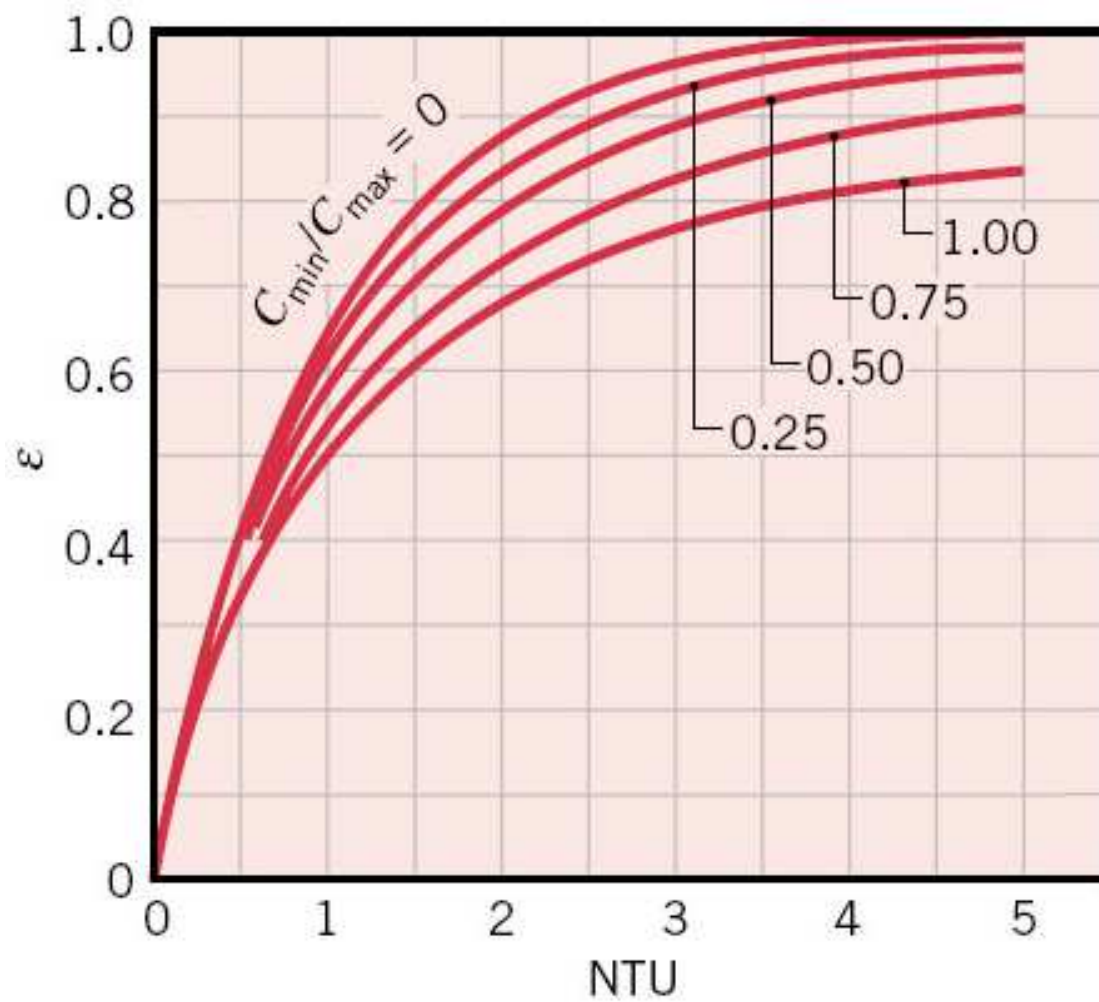
$$\text{NUT} = f\left(\varepsilon, \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)$$

- As expressões anteriores estão representadas graficamente nas figuras abaixo.
- Os métodos MLTD e $\varepsilon - \text{NUT}$ abordam a análise de trocadores de calor em uma **perspectiva global**.
- Variações de escoamento e de temperatura no interior de um trocador de calor podem ser determinadas utilizando **mecânica dos fluidos computacional**.
- Condições de **mistura completa** e **escoamento plenamente desenvolvido** muitas vezes não condiz com a realidade, e modelos matemáticos mais elaborados devem ser consultados.

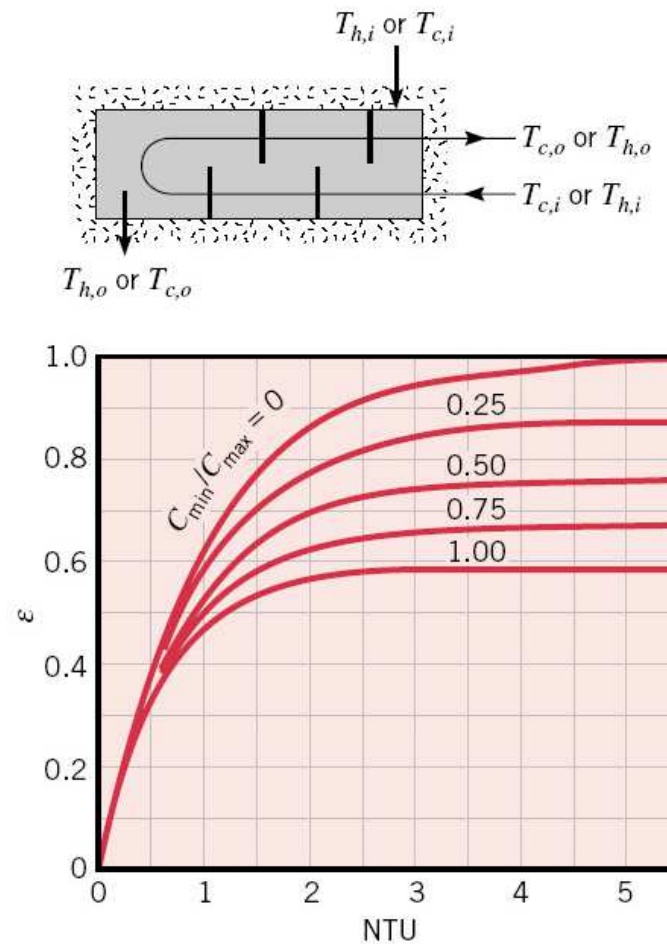
Flow Arrangement	Relation	
Concentric tube		
Parallel flow	$NTU = -\frac{\ln [1 - \varepsilon(1 + C_r)]}{1 + C_r}$	(11.28b)
Counterflow	$NTU = \frac{1}{C_r - 1} \ln \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon C_r - 1} \right) \quad (C_r < 1)$	
	$NTU = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \quad (C_r = 1)$	(11.29b)
Shell-and-tube		
One shell pass (2, 4, . . . tube passes)	$(NTU)_1 = -(1 + C_r^2)^{-1/2} \ln \left(\frac{E - 1}{E + 1} \right)$	(11.30b)
	$E = \frac{2/\varepsilon_1 - (1 + C_r)}{(1 + C_r^2)^{1/2}}$	(11.30c)
n Shell passes ($2n, 4n, . . .$ tube passes)	Use Equations 11.30b and 11.30c with $\varepsilon_1 = \frac{F - 1}{F - C_r} \quad F = \left(\frac{\varepsilon C_r - 1}{\varepsilon - 1} \right)^{1/n} \quad NTU = n(NTU)_1$	(11.31b, c, d)
Cross-flow (single pass)		
$C_{\max}$ (mixed), $C_{\min}$ (unmixed)	$NTU = -\ln \left[1 + \left(\frac{1}{C_r} \right) \ln(1 - \varepsilon C_r) \right]$	(11.33b)
$C_{\min}$ (mixed), $C_{\max}$ (unmixed)	$NTU = -\left(\frac{1}{C_r} \right) \ln [C_r \ln(1 - \varepsilon) + 1]$	(11.34b)
All exchangers ($C_r = 0$)	$NTU = -\ln(1 - \varepsilon)$	(11.35b)



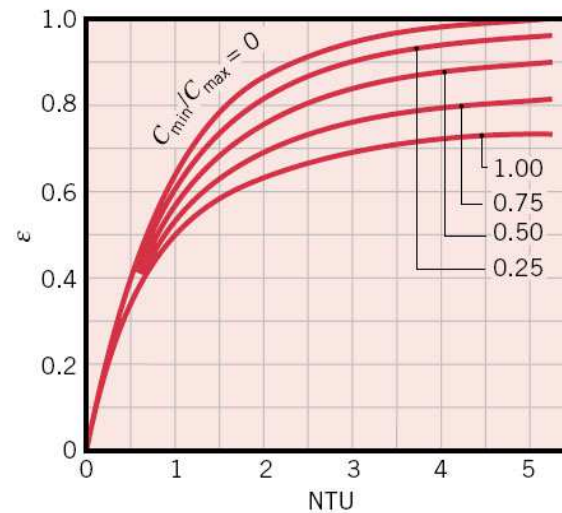
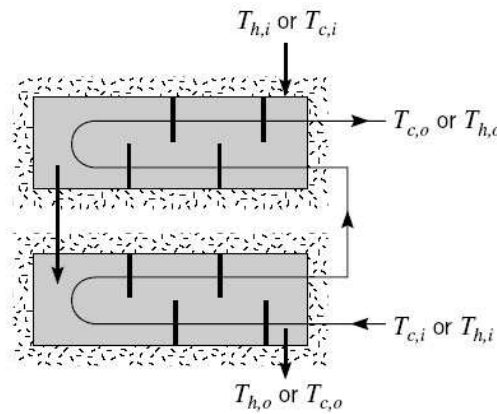
Efetividade de um trocador de calor com configuração paralela (Equação 11.28).



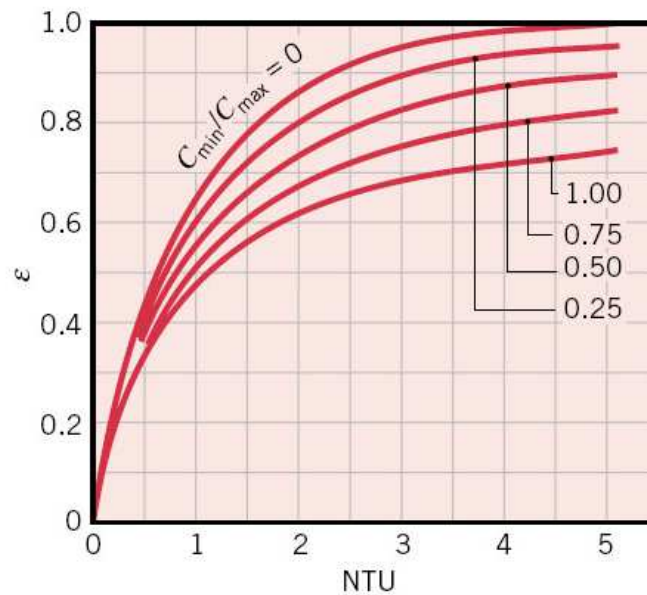
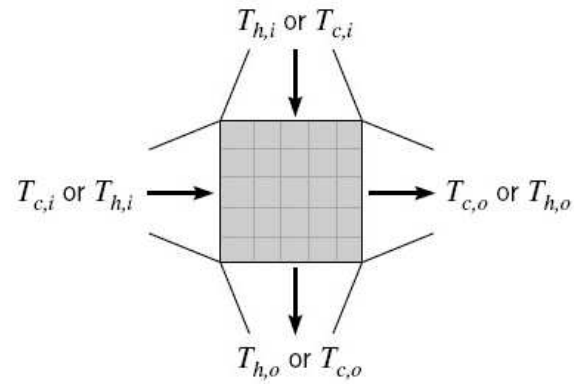
Efetividade de um trocador de calor com configuração contracorrente (Equação 11.29).



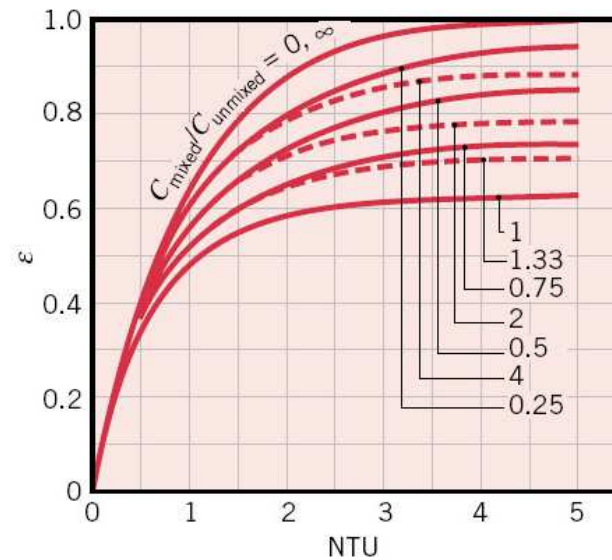
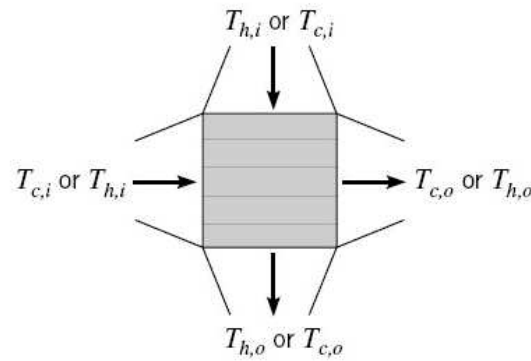
Efetividade de um trocador de calor casco e tubos com um passe no casco e qualquer múltiplo de dois passes nos tubos (dois, quatro, etc. passes nos tubos) (Equação 11.30).



Efetividade de um trocador de calor casco e tubos com dois passes no casco e qualquer múltiplo de quatro passes nos tubos (quatro, oito, etc. passes nos tubos) (Equação 11.31 com $n = 2$).



Efetividade de um trocador de calor de escoamento cruzado com um passe, com os dois fluidos não-misturados (Equação 11.32).



Efetividade de um trocador de calor de escoamento cruzado com um passe, com um fluido misturado e o outro não-misturado (Equação 11.33 e 11.34).

6.5 CÁLCULOS DE PROJETO E DE DESEMPENHO DE TROCADORES DE CALOR: USO DO MÉTODO EFETIVIDADE-NUT

- 1º problema (problema de projeto): conhecidas as temperaturas de entrada e saída dos fluidos bem como suas vazões mássicas, determinar a área de transferência de calor A .
- 2º problema (problema de desempenho): conhecido um trocador de calor, prever seu desempenho térmico.