CAPÍTULO 6 – TROCADORES DE CALOR

Prof. Dr. Santiago del Rio Oliveira

6.4 ANÁLISE DE TROCADORES DE CALOR: O MÉTODO DA EFETIVIDADE-NUT

- O método MLDT é adequado quando as temperaturas dos fluidos na entrada são conhecidas e pelo menos uma temperatura de saída é conhecida.

- Quando apenas duas temperaturas são especificadas, o método MLDT exige um procedimento iterativo trabalhoso.

- Nesse caso, é preferível utilizar o método da efetividade-NUT (ε – NUT).

6.4.1 Definições

- A taxa de transferência de calor máxima possível é alcançada em um trocador com escoamento em contracorrente, sendo definida como:

$$q_{\max} = C_{\min}\left(T_{q,ent} - T_{f,ent}\right)$$ **(**$C_{\min}$ é o menor entre C_f e C_q)

- A efetividade ε é a razão entre a taxa de transferência de calor real em um trocador e a taxa de transferência de calor máxima possível:

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{\max}}$$

- Utilizando as expressões $q = C_q\left(T_{q,ent} - T_{q,sai}\right)$ e $q = C_f\left(T_{f,sai} - T_{f,ent}\right)$ na expressão anterior obtém-se:

$$\varepsilon = \frac{C_q\left(T_{q,ent} - T_{q,sai}\right)}{C_{\min}\left(T_{q,ent} - T_{f,ent}\right)} \quad \text{ou} \quad \varepsilon = \frac{C_f\left(T_{f,sai} - T_{f,ent}\right)}{C_{\min}\left(T_{q,ent} - T_{f,ent}\right)}$$

- Se ε, $T_{q,ent}$ e $T_{f,ent}$ forem conhecidos a taxa de transferência de calor real é:

$$q = \varepsilon C_{\min}\left(T_{q,ent} - T_{f,ent}\right)$$

- Para qualquer trocador de calor, pode ser mostrado que:

$$\varepsilon = f\left(\text{NUT}, \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)$$

- $\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{C_f}{C_q}$ ou $\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{C_q}{C_f}$ dependendo da magnitude de C_q e C_f.

- NUT é o número de unidades de transferência (adimensional).

$$\text{NUT} = \frac{UA}{C_{\min}}$$

6.4.2 Relações efetividade-NUT

- Considere um trocador de calor com escoamento paralelo no qual $C_{\min} = C_q$.

- A efetividade $\varepsilon = \dfrac{C_q\left(T_{q,ent} - T_{q,sai}\right)}{C_{\min}\left(T_{q,ent} - T_{f,ent}\right)}$ desse trocador é escrita como:

$$\varepsilon = \frac{C_q\left(T_{q,ent} - T_{q,sai}\right)}{C_{\min}\left(T_{q,ent} - T_{f,ent}\right)} = \frac{C_q\left(T_{q,ent} - T_{q,sai}\right)}{C_q\left(T_{q,ent} - T_{f,ent}\right)} = \frac{\left(T_{q,ent} - T_{q,sai}\right)}{\left(T_{q,ent} - T_{f,ent}\right)} \quad (1)$$

- Dos balanços de energia para cada fluido obtém-se:

$$\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{\dot{m}_q c_{p,q}}{\dot{m}_f c_{p,f}} = \frac{q/\left(T_{q,ent} - T_{q,sai}\right)}{q/\left(T_{f,sai} - T_{f,ent}\right)} = \frac{\left(T_{f,sai} - T_{f,ent}\right)}{\left(T_{q,ent} - T_{q,sai}\right)} \quad (2)$$

- Considere a equação $\ln\left(\Delta T_2 / \Delta T_1\right) = -UA\left(1/C_q + 1/C_f\right)$ reescrita como:

$$\ln\left(\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}}\right) = -\frac{UA}{C_{\min}}\left(1 + \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right) \quad (3)$$

- O lado esquerdo da equação (3) pode ser reescrito como:

$$\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} = \frac{T_{q,sai} - T_{q,ent} + T_{q,ent} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} \quad (4)$$

- Substituindo $T_{f,sai}$ a partir da equação (2) obtém-se:

$$\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} = \frac{T_{q,sai} - T_{q,ent} + T_{q,ent} - \left[C_{\min}/C_{\max}\left(T_{q,ent} - T_{q,sai}\right) + T_{f,ent}\right]}{T_{q,ent} - T_{f,ent}}$$

$$\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} = \frac{\left(T_{q,sai} - T_{q,ent}\right) + \left(T_{q,ent} - T_{f,ent}\right) - C_{\min}/C_{\max}\left(T_{q,ent} - T_{q,sai}\right)}{T_{q,ent} - T_{f,ent}}$$

$$\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} = -\left(\frac{T_{q,ent} - T_{q,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}}\right) + \left(\frac{T_{q,ent} - T_{f,ent}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}}\right) - \left(\frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)\left(\frac{T_{q,ent} - T_{q,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}}\right) \quad (5)$$

- Substituindo a Equação (1) na Equação (5) e rearranjando obtém-se:

$$\frac{T_{q,sai} - T_{f,sai}}{T_{q,ent} - T_{f,ent}} = -\varepsilon + 1 - \left(\frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)\varepsilon = 1 - \varepsilon\left(1 + \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right) \quad (6)$$

- Sibstituindo a Equação (3) na Equação (6) e explicitando ε obtém-se:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\{-\mathrm{NUT}[1 + (C_{\min}/C_{\max})]\}}{1 + (C_{\min}/C_{\max})} \quad (7)$$

- O mesmo resultados poderia ser obtido caso $C_{\min} = C_f$, ou seja, a Equação (7) se aplica para qualquer trocador de calor com escoamento paralelo.

- Na tabela abaixo, podem ser vistas relações de efetividade de trocadores de calor. $C_r = C_{\min}/C_{\max}$ é a razão entre as capacidades térmicas.

Flow Arrangement	Relation		
Concentric tube			
Parallel flow	$\varepsilon = \dfrac{1 - \exp\left[-\text{NTU}(1 + C_r)\right]}{1 + C_r}$		(11.28a)
Counterflow	$\varepsilon = \dfrac{1 - \exp\left[-\text{NTU}(1 - C_r)\right]}{1 - C_r \exp\left[-\text{NTU}(1 - C_r)\right]}$	$(C_r < 1)$	
	$\varepsilon = \dfrac{\text{NTU}}{1 + \text{NTU}}$	$(C_r = 1)$	(11.29a)
Shell-and-tube			
One shell pass (2, 4, . . . tube passes)	$\varepsilon_1 = 2\left\{1 + C_r + (1 + C_r^2)^{1/2} \times \dfrac{1 + \exp\left[-(\text{NTU})_1(1 + C_r^2)^{1/2}\right]}{1 - \exp\left[-(\text{NTU})_1(1 + C_r^2)^{1/2}\right]}\right\}^{-1}$		(11.30a)
n Shell passes ($2n$, $4n$, . . . tube passes)	$\varepsilon = \left[\left(\dfrac{1 - \varepsilon_1 C_r}{1 - \varepsilon_1}\right)^n - 1\right]\left[\left(\dfrac{1 - \varepsilon_1 C_r}{1 - \varepsilon_1}\right)^n - C_r\right]^{-1}$		(11.31a)
Cross-flow (single pass)			
Both fluids unmixed	$\varepsilon = 1 - \exp\left[\left(\dfrac{1}{C_r}\right)(\text{NTU})^{0.22}\left\{\exp\left[-C_r(\text{NTU})^{0.78}\right] - 1\right\}\right]$		(11.32)
$C_{\max}$ (mixed), $C_{\min}$ (unmixed)	$\varepsilon = \left(\dfrac{1}{C_r}\right)\left(1 - \exp\left\{-C_r\left[1 - \exp\left(-\text{NTU}\right)\right]\right\}\right)$		(11.33a)
$C_{\min}$ (mixed), $C_{\max}$ (unmixed)	$\varepsilon = 1 - \exp\left(-C_r^{-1}\left\{1 - \exp\left[-C_r(\text{NTU})\right]\right\}\right)$		(11.34a)
All exchangers ($C_r = 0$)	$\varepsilon = 1 - \exp\left(-\text{NTU}\right)$		(11.35a)

- Em cálculos envolvendo projeto de trocadores de calor, é mais conveniente trabalhar com relações $\varepsilon - \text{NUT}$ na forma:

$$\text{NUT} = f\left(\varepsilon, \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)$$

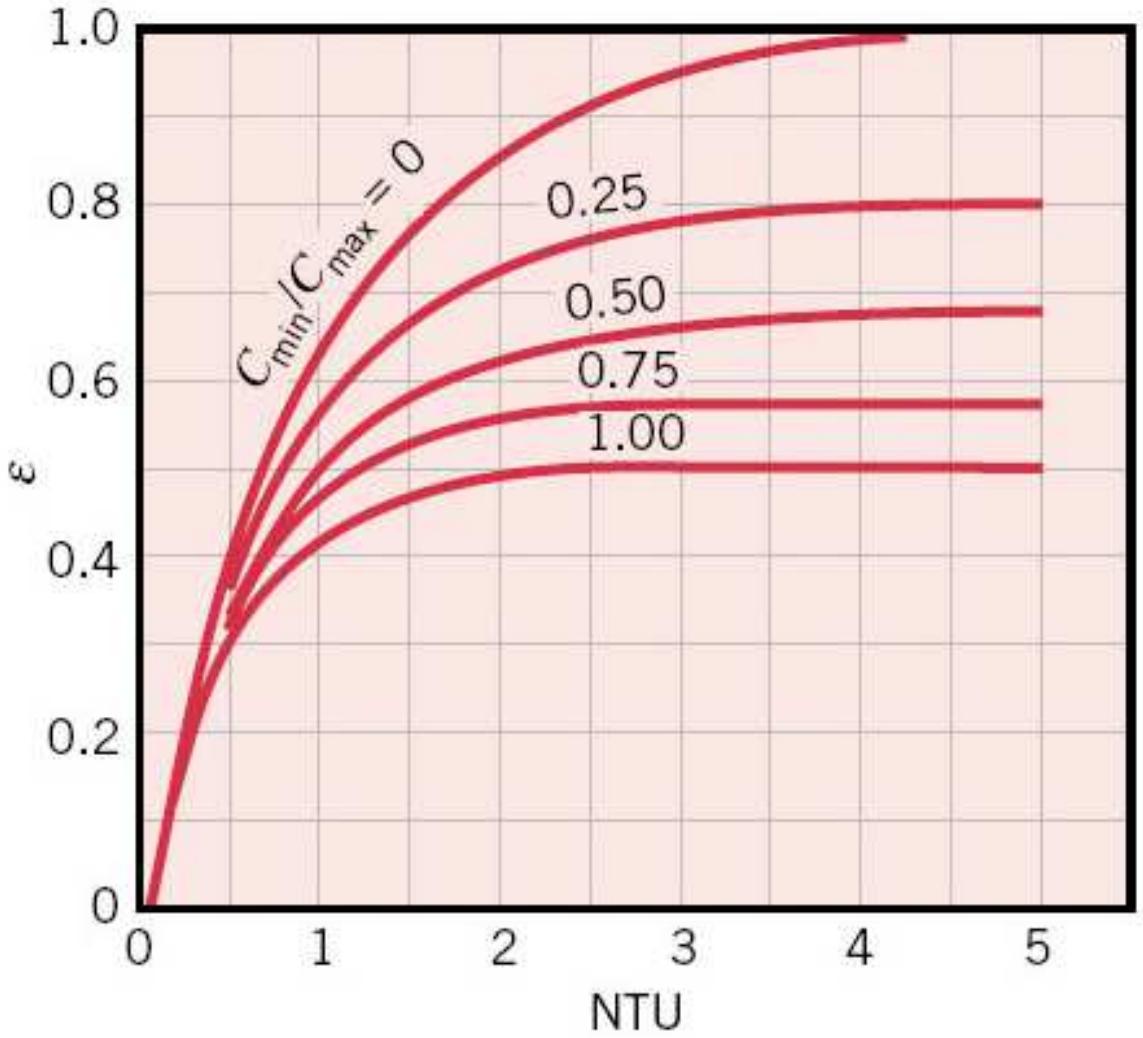
- As expressões anteriores estão representadas graficamente nas figuras abaixo.

- Os métodos MLTD e $\varepsilon - \text{NUT}$ abordam a análise de trocadores de calor em uma perspectiva global.

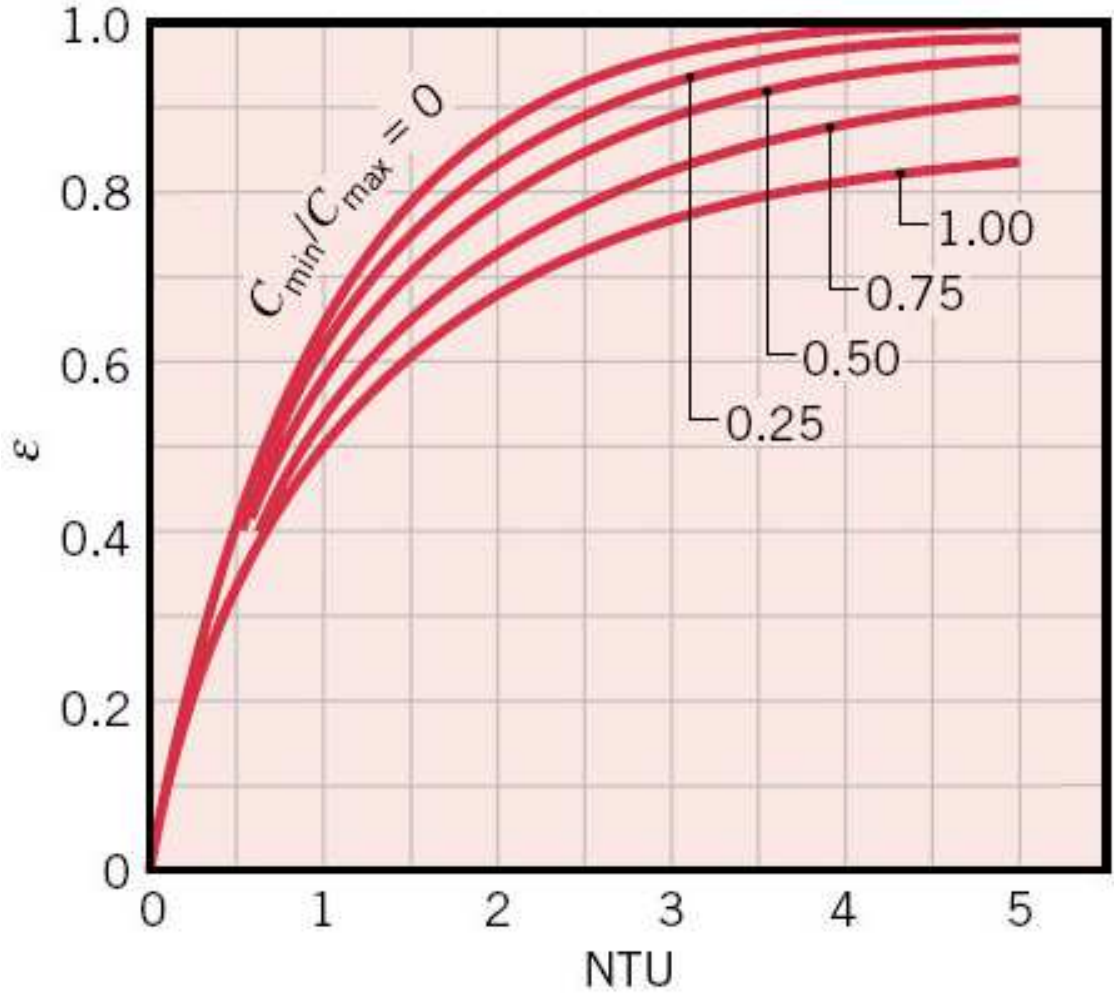
- Variações de escoamento e de temperatura no interior de um trocador de calor podem ser determinadas utilizando mecânica dos fluidos computacional.

- Condições de mistura completa e escoamento plenamento desenvolvido muitas vezes não condiz com a realidade, e modelos matemáticos mais elaborados devem ser consultados.

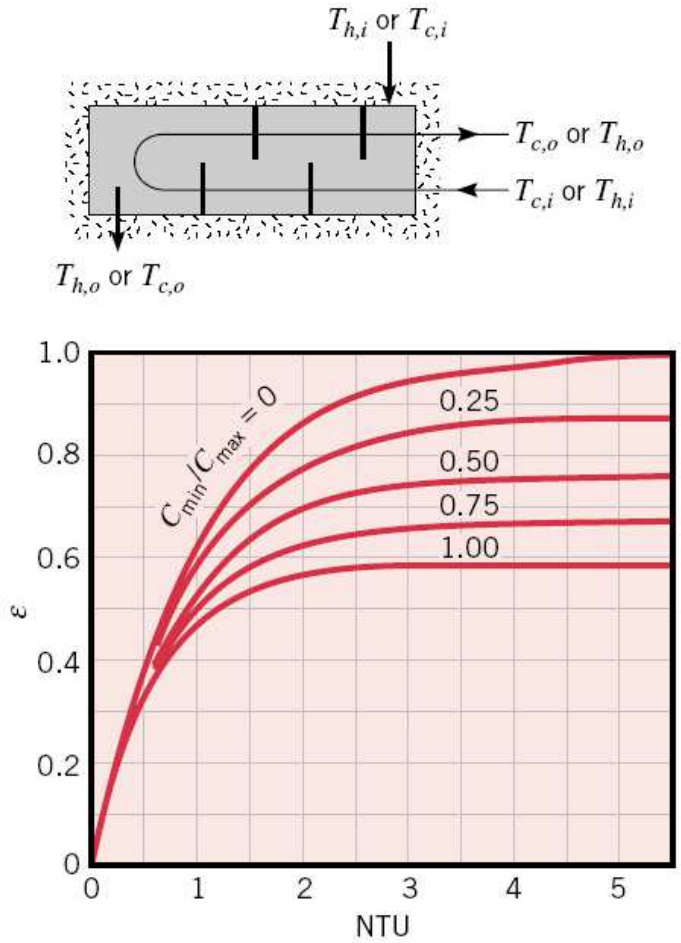
Flow Arrangement	Relation	
Concentric tube		
Parallel flow	$\text{NTU} = -\dfrac{\ln[1-\varepsilon(1+C_r)]}{1+C_r}$	(11.28b)
Counterflow	$\text{NTU} = \dfrac{1}{C_r-1}\ln\left(\dfrac{\varepsilon-1}{\varepsilon C_r-1}\right) \quad (C_r<1)$	
	$\text{NTU} = \dfrac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \quad (C_r=1)$	(11.29b)
Shell-and-tube		
One shell pass (2, 4, . . . tube passes)	$(\text{NTU})_1 = -(1+C_r^2)^{-1/2}\ln\left(\dfrac{E-1}{E+1}\right)$	(11.30b)
	$E = \dfrac{2/\varepsilon_1-(1+C_r)}{(1+C_r^2)^{1/2}}$	(11.30c)
n Shell passes ($2n$, $4n$, . . . tube passes)	Use Equations 11.30b and 11.30c with $\varepsilon_1 = \dfrac{F-1}{F-C_r} \quad F = \left(\dfrac{\varepsilon C_r-1}{\varepsilon-1}\right)^{1/n} \quad \text{NTU} = n(\text{NTU})_1$	(11.31b, c, d)
Cross-flow (single pass)		
C_{max} (mixed), C_{min} (unmixed)	$\text{NTU} = -\ln\left[1+\left(\dfrac{1}{C_r}\right)\ln(1-\varepsilon C_r)\right]$	(11.33b)
C_{min} (mixed), C_{max} (unmixed)	$\text{NTU} = -\left(\dfrac{1}{C_r}\right)\ln[C_r\ln(1-\varepsilon)+1]$	(11.34b)
All exchangers ($C_r = 0$)	$\text{NTU} = -\ln(1-\varepsilon)$	(11.35b)



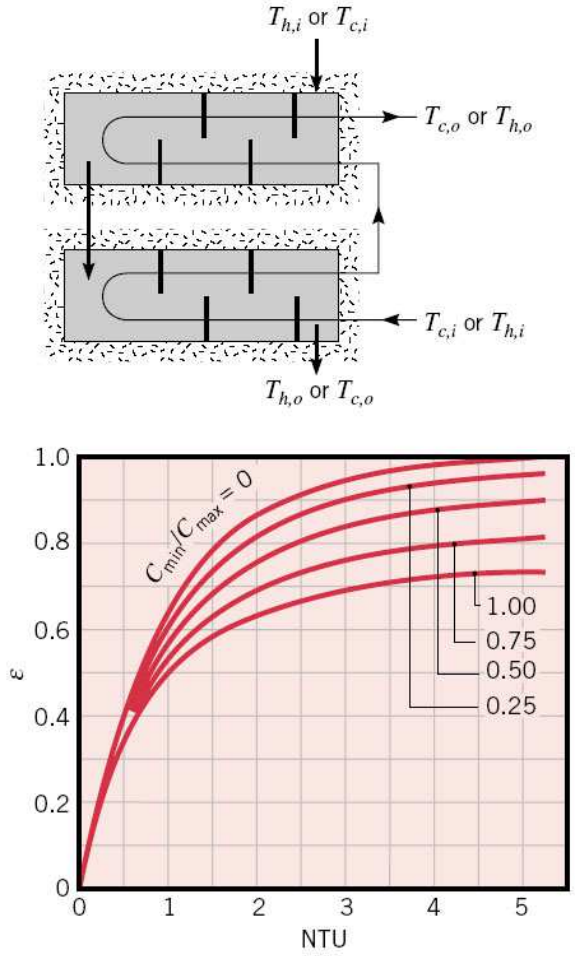
Efetividade de um trocador de calor com configuração paralela (Equação 11.28).



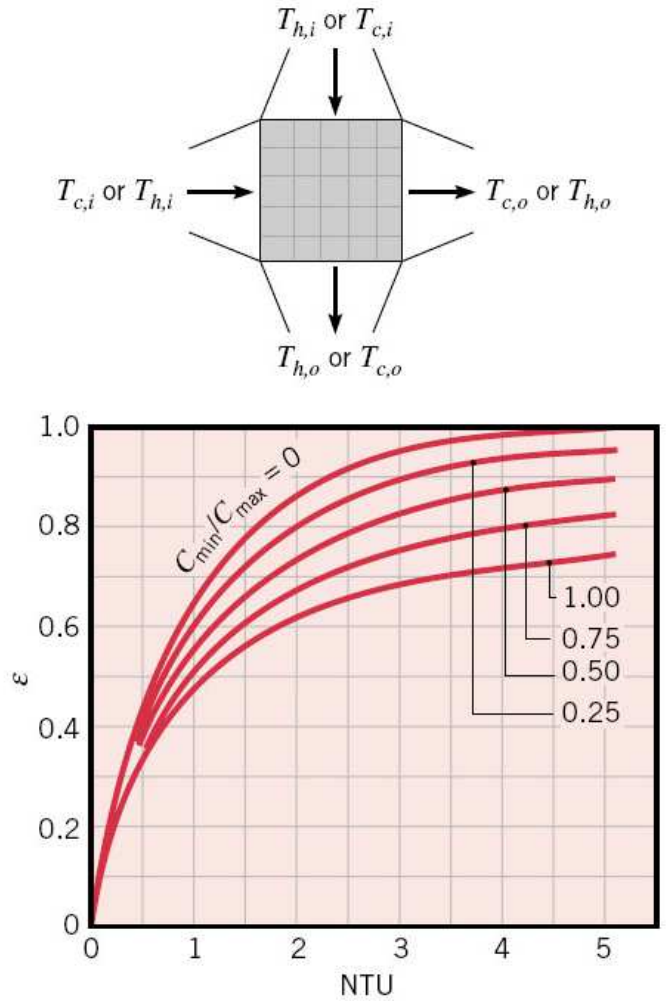
Efetividade de um trocador de calor com configuração contracorrente (Equação 11.29).



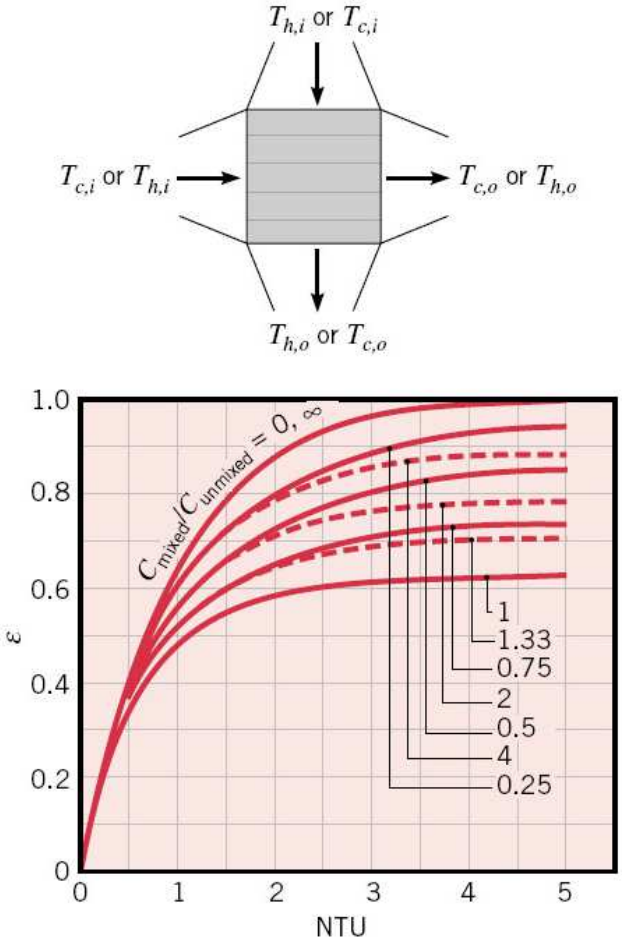
Efetividade de um trocador de calor casco e tubos com um passe no casco e qualquer múltiplo de dois passes nos tubos (dois, quatro, etc. passes nos tubos) (Equação 11.30).



Efetividade de um trocador de calor casco e tubos com dois passes no casco e qualquer múltiplo de quatro passes nos tubos (quatro, oito, etc. passes nos tubos) (Equação 11.31 com $n = 2$).



Efetividade de um trocador de calor de escoamento cruzado com um passe, com os dois fluidos não-misturados (Equação 11.32).



Efetividade de um trocador de calor de escoamento cruzado com um passe, com um fluido misturado e o outro não-misturado (Equação 11.33 e 11.34).

6.5 CÁLCULOS DE PROJETO E DE DESEMPENHO DE TROCADORES DE CALOR: USO DO MÉTODO EFETIVIDADE-NUT

- 1^o problema (problema de projeto): conhecidas as temperaturas de entrada e saída dos fluidos bem como suas vazões mássicas, determinar a área de transferência de calor A.

- 2^o problema (problema de desempenho): conhecido um trocador de calor, prever seu desempenho térmico.