



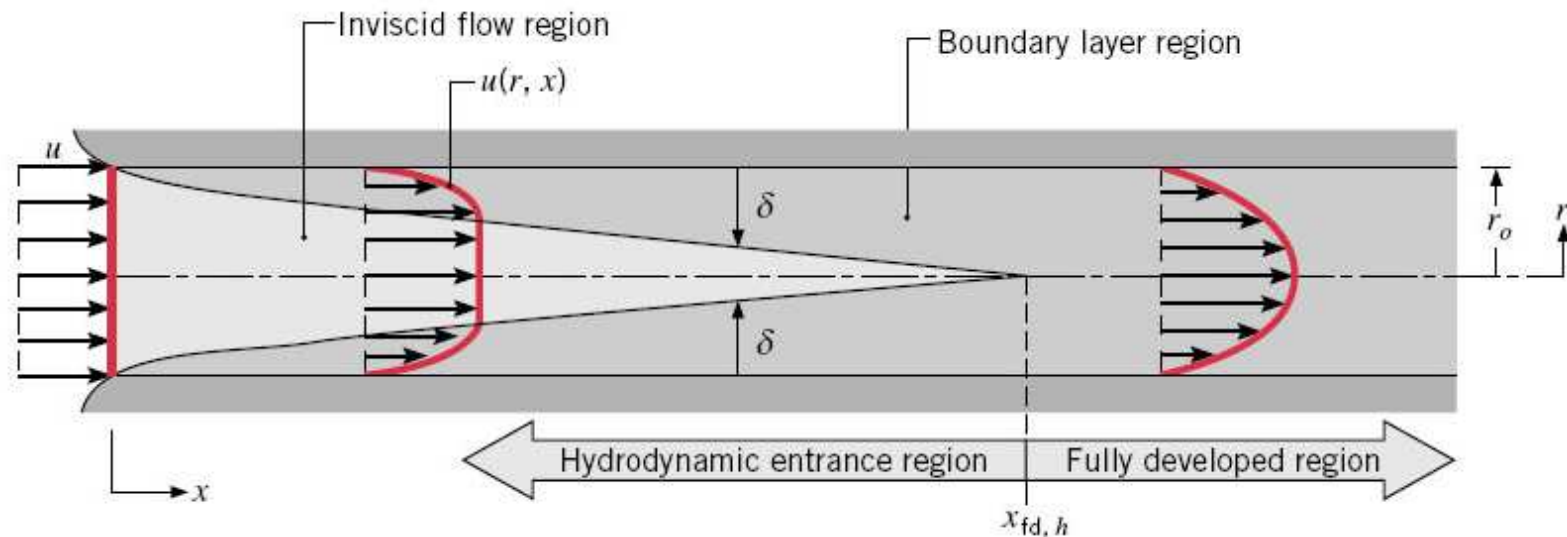
CAPÍTULO 3 – ESCOAMENTO INTERNO

Prof. Dr. Santiago del Rio Oliveira

3.1 CONSIDERAÇÕES FLUIDODINÂMICAS

- Para escoamento interno deve-se verificar se o mesmo é **laminar** ou **turbulento** e a existência de regiões de **entrada** e de **escoamento plenamente desenvolvidas**

3.1.1 Condições de escoamento



- Escoamento **laminar** em um tubo **circular** de raio r_o com o fluido entrando no tubo com **velocidade uniforme** u

- Quando o fluido entra em **contato com a superfície**, surgem **efeitos viscosos**, e uma **camada limite** se desenvolve com o aumento de x
- A região de **escoamento invíscido** diminui com o aumento de x e termina com a **mistura da camada limite na linha de centro**
- Após a mistura, **efeitos viscosos se tornam dominantes** e o perfil de velocidade **não varia** com o aumento de x
- Diz-se que o escoamento é **plenamente desenvolvido** e a distância da entrada na qual essa condição é alcançada é o **comprimento de entrada hidrodinâmico**,
 $x_{fd,h}$
- Para **escoamento laminar** em um **tubo circular** o perfil de velocidade plenamente desenvolvido é **parabólico**
- Para **escoamento turbulento**, o perfil é **plano** devido à mistura turbulenta radial

- A **extensão da região de entrada** depende se o escoamento é laminar ou turbulento
- O número de Reynolds para escoamento em um tubo circular é $Re_D = \frac{\rho u_m D}{\mu}$
- O número de **Reynolds crítico** para surgimento da turbulência é $Re_{D,c} \approx 2300$
- Para **escoamento laminar**, o comprimento de entrada é $\left(\frac{x_{fd,h}}{D}\right)_{\text{lam}} \approx 0,05 Re_D$
- Para **escoamento turbulento**, o comprimento de entrada pode ser obtido por:

$$10 \leq \left(\frac{x_{fd,h}}{D}\right)_{\text{turb}} \leq 60$$

3.1.2 A velocidade média

- Como a **velocidade varia** sobre a seção transversal, é necessário trabalhar com uma **velocidade média** u_m tal que a **vazão em massa** $\dot{m}$ através do duto é:

$$\dot{m} = \rho u_m A_c$$

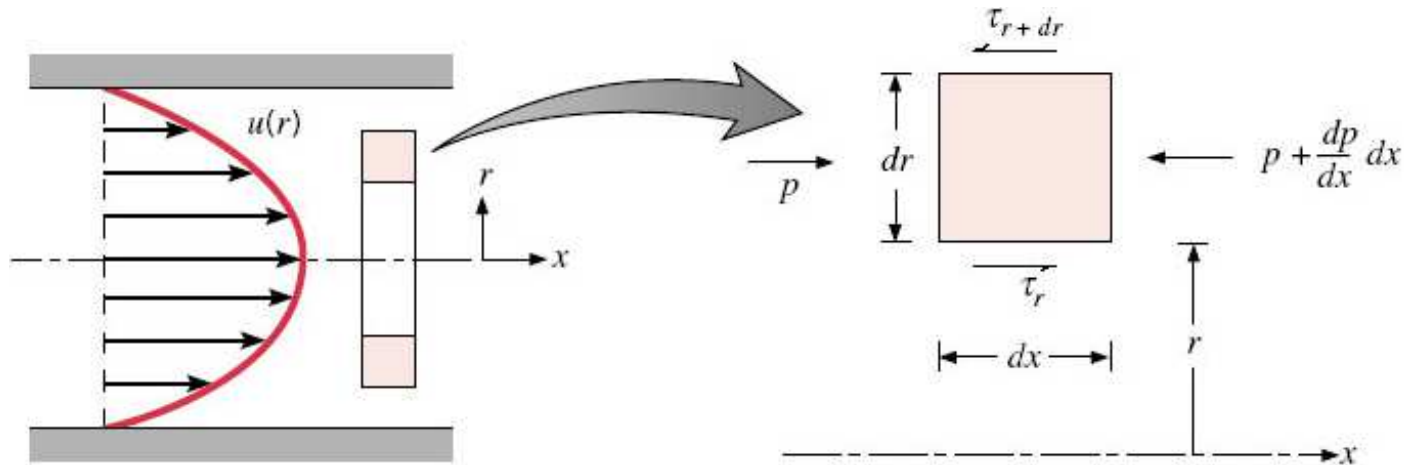
- Para **escoamento incompressível permanente** em um tubo de **área de seção transversal uniforme**, $\dot{m}$ e u_m são **constantes** e **independentes** de x
- Para escoamento em um tubo circular $A_c = \pi D^2/4$ e o número de Reynolds pode ser reescrito em função da **vazão mássica** como:

$$\text{Re}_D = \rho u_m \frac{D}{\mu} = \frac{\dot{m}}{A_c} \frac{D}{\mu} = \frac{\dot{m}}{\frac{\pi D^2}{4}} \frac{D}{\mu} = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu}$$

- A velocidade média pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$u_m = \frac{2}{r_o^2} \int_0^{r_o} u(r, x) r dr$$

3.1.3 Perfil de velocidade na região plenamente desenvolvida



- O perfil de velocidade plenamente desenvolvido é **parabólico** e $dp/dx < 0$:

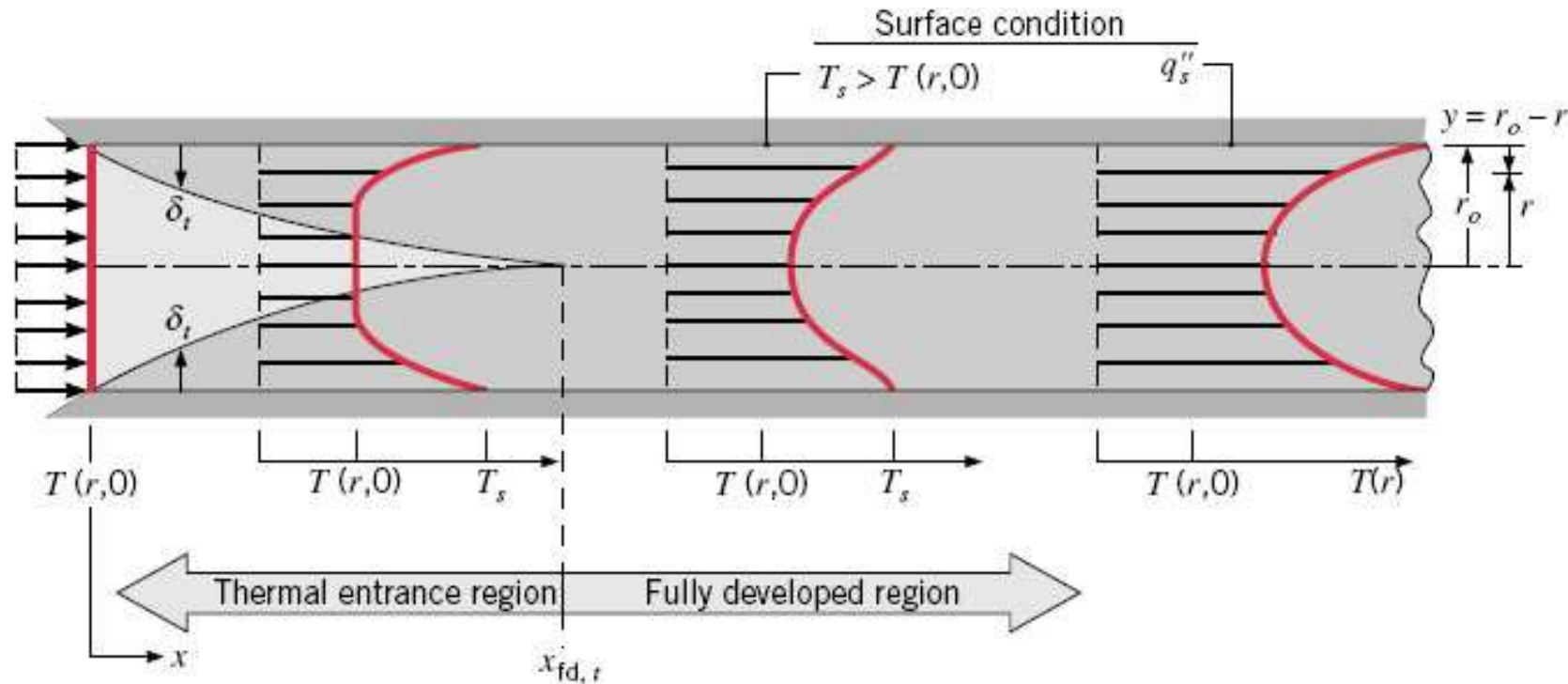
$$u(r) = -\frac{1}{4\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) r_o^2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right]$$

- Com a expressão de $u(r)$ a **velocidade média** pode ser obtida:

$$u_m = -\frac{r_o^2}{8\mu} \frac{dp}{dx}$$

$$\frac{u(r)}{u_m} = 2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right]$$

3.2 CONSIDERAÇÕES TÉRMICAS



- Se for fixada uma condição de **temperatura de superfície constante** T_s ou **fluxo de calor constante** q_s'' uma condição **termicamente plenamente desenvolvida** será alcançada.

- A forma de $T(r, x)$ varia de acordo com T_s ou q_s'' constantes
- Para escoamento laminar, o comprimento térmico de entrada é:

$$\left(\frac{x_{fd,t}}{D} \right)_{lam} \cong 0,05 \text{Re}_D \text{Pr}$$

- Comparando com o comprimento hidrodinâmico de entrada:

$$\left(\frac{x_{fd,h}}{D} \right)_{lam} \cong 0,05 \text{Re}_D$$

- $\text{Pr} = 1 \Rightarrow x_{fd,t} = x_{fd,h}$; $\text{Pr} > 1 \Rightarrow x_{fd,t} > x_{fd,h}$; $\text{Pr} < 1 \Rightarrow x_{fd,t} < x_{fd,h}$

- Para escoamento turbulento: $\left(\frac{x_{fd,t}}{D} \right) = 10$

3.2.1 A temperatura média

- A ausência de uma temperatura fixa de corrente livre torna importante a introdução de uma temperatura média para o fluido (temperatura de mistura).

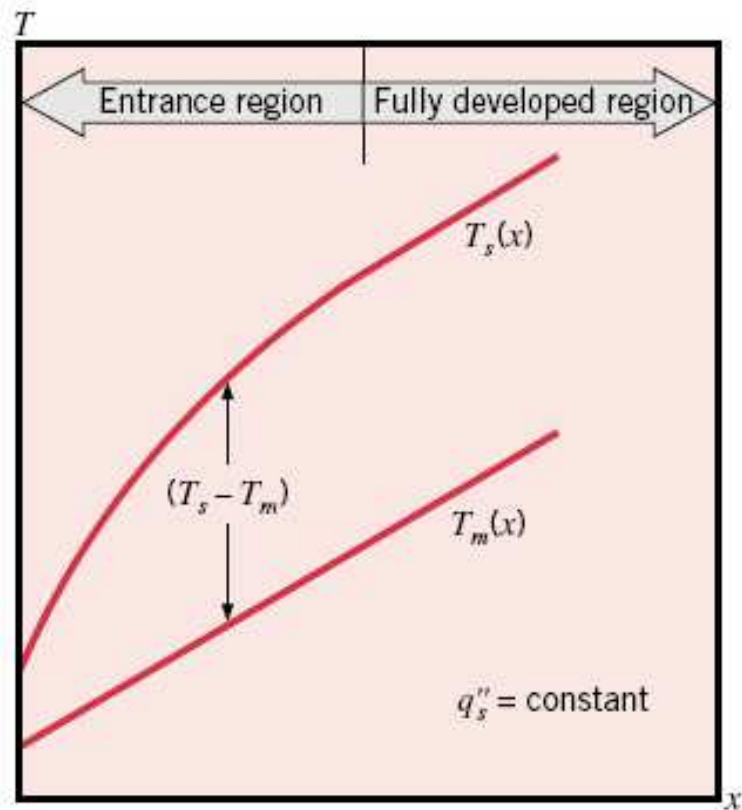
$$T_m = \frac{2}{u_m r_0^2} \int_0^{r_0} u T r dr$$

3.3 O BALANÇO DE ENERGIA

$$q_{conv} = \dot{m} c_p (T_{m,s} - T_{m,e})$$

3.3.2 Fluxo térmico na superfície constante

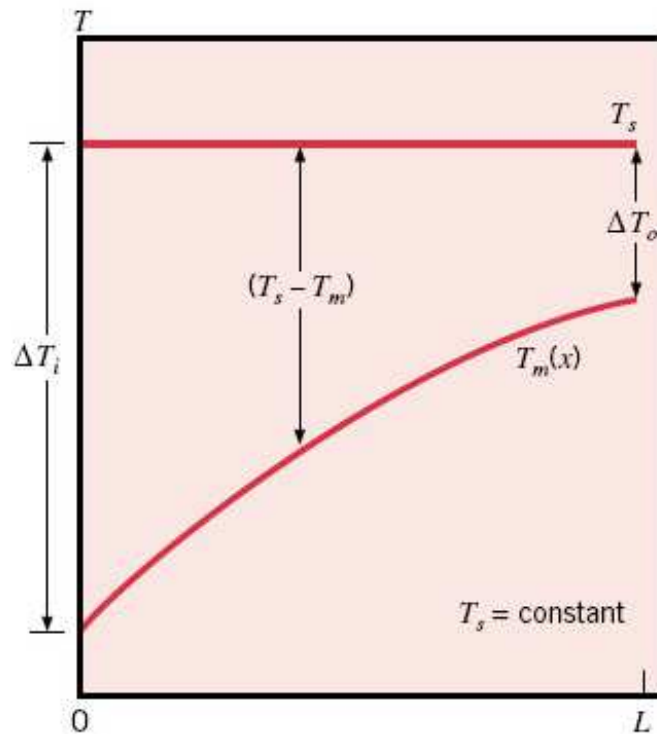
- Taxa total de transferência de calor: $q_{conv} = q_s''(P.L)$ e $T_m(x) = T_{m,e} + \frac{q_s'' P}{\dot{m} c_p} x$



- $T_m(x)$ é linear com x
- $T_s - T_m$ varia com x

3.3.3 Temperatura de superfície constante

- Para uma posição axial x obtém-se:
$$\frac{T_s - T_m(x)}{T_s - T_{m,e}} = \exp\left(-\frac{Px}{\dot{m}c_p} \bar{h}\right)$$



- $T_s - T_m$ decresce exponencialmente com x

- T_s é constante

$$q_{conv} = \bar{h} A_s \Delta T_{lm}$$

$$\Delta T_{ml} = \frac{(\Delta T_s - \Delta T_e)}{\ln\left(\frac{\Delta T_s}{\Delta T_e}\right)}$$

3.4 ESCOAMENTO LAMINAR EM TUBOS CIRCULARES: ANÁLISE TÉRMICA E CORRELAÇÕES DE CONVECÇÃO

3.4.1 Região plenamente desenvolvida

$$\left. \begin{array}{l} \text{Nu}_D = 4,36 \Rightarrow q_s'' = \text{constante} \\ \text{Nu}_D = 3,66 \Rightarrow T_s = \text{constante} \end{array} \right\} \text{Escoamento laminar e região desenvolvida}$$

3.4.2 A região de entrada

- Na região de entrada a situação é mais complexa devido ao desenvolvimento simultâneo das camadas limite hidrodinâmica e térmica
- Para **comprimento térmico de entrada** (as condições térmicas se desenvolvem na presença de um perfil de velocidade plenamente desenvolvido) – situação comum em fluido com **número de Prandtl elevado** (óleos).

- **Correlação de Hausen** ($T_s = \text{constante}$):

$$\text{Nu}_D = 3,66 + \frac{0,0668(D/L)\text{Re}_D \text{Pr}}{1 + 0,04[(D/L)\text{Re}_D \text{Pr}]^{2/3}}$$

- **Correlação de Sieder e Tate** (comprimento de entrada combinado e $T_s = \text{constante}$):

$$\text{Nu}_D = 1,86 \left(\frac{\text{Re}_D \text{Pr}}{L/D} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14}$$

$$\left[\begin{array}{l} T_s = \text{constante} \\ 0,48 < \text{Pr} < 16700 \\ 0,0044 < (\mu/\mu_s) < 9,75 \end{array} \right]$$

- Conforme Whitaker, para a equação acima $\left\{ [\text{Re}_D \text{Pr}/(L/D)]^{1/3} (\mu/\mu_s)^{0,14} \right\} \geq 2$

- Caso $\left\{ \left[\text{Re}_D \text{Pr} / (L/D) \right]^{1/3} (\mu / \mu_s)^{0,14} \right\} < 2$ condições são desenvolvidas na maior parte do tubo e dessa forma $\text{Nu}_D = 3,66$
- Para as equações acima as propriedades são avaliada em $\bar{T}_m$ exceto μ_s avaliada em T_s .

3.5 CORRELAÇÕES DE CONVECÇÃO: ESCOAMENTO TURBULENTO EM TUBOS CIRCULARES

3.5.1 Região plenamente desenvolvida (hidrodinamicamente e termicamente)

- **Correlação de Dittus-Boelter** (válida para $T_s - T_m$ pequenas e moderadas):

$$\text{Nu}_D = 0,023 \text{Re}_D^{4/5} \text{Pr}^n \begin{cases} n = 0,4 \text{ (aquecimento)} \Rightarrow T_s > T_m \\ n = 0,3 \text{ (resfriamento)} \Rightarrow T_s < T_m \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} 0,7 \leq \text{Pr} \leq 160 \\ \text{Re}_D \geq 10000 \\ L/D \geq 10 \end{array} \right]$$

- **Correlação de Tate** (válida para $T_s - T_m$ elevadas):

$$\text{Nu}_D = 0,027 \text{Re}_D^{4/5} \text{Pr}^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14}$$

$$\left[\begin{array}{l} 0,7 \leq \text{Pr} \leq 16700 \\ \text{Re}_D \geq 10000 \\ L/D \geq 10 \end{array} \right]$$

- Para as correlações acima, as propriedades são avaliadas em $\bar{T}_m$ exceto μ_s avaliada em T_s , sendo ambas válidas para q_s'' e T_s constantes.
- **Correlação de Petukhov** (mais recente e precisa):

$$\text{Nu}_D = \frac{(f/8) \text{Re}_D \text{Pr}}{1,07 + 12,7(f/8)^{1/2} (\text{Pr}^{2/3} - 1)}$$

$$\left[\begin{array}{l} 0,5 < \text{Pr} < 2000 \\ 10^4 < \text{Re}_D < 5 \times 10^6 \end{array} \right]$$

- f pode ser obtido do diagrama de Moody para tubos lisos ou para tubos rugosos $f = (0,790 \ln \text{Re}_D - 1,64)^{-2}$ válida para $3000 \leq \text{Re}_D \leq 5 \times 10^6$.
- **Correlação de Gnielinski** (menores Re_D)

$$\text{Nu}_D = \frac{(f/8)(\text{Re}_D - 1000)\text{Pr}}{1 + 12,7(f/8)^{1/2}(\text{Pr}^{2/3} - 1)} \quad \left[\begin{array}{l} 0,5 < \text{Pr} < 2000 \\ 3000 < \text{Re}_D < 5 \times 10^6 \end{array} \right]$$

- f pode ser obtido do diagrama de Moody para tubos lisos ou para tubos rugosos $f = (0,790 \ln \text{Re}_D - 1,64)^{-2}$ válida para $3000 \leq \text{Re}_D \leq 5 \times 10^6$.
- Para essa correlação, as propriedades são avaliadas em $\bar{T}_m$ e é válida para q_s'' e T_s constantes.
- **Correlação de Skupinski** (válida para metais líquidos e $q_s'' = \text{constante}$):

$$\text{Nu}_D = 4,82 + 0,0185(\text{Re}_D \text{Pr})^{0,827}$$

$$\left[\begin{array}{l} 3,6 \times 10^3 < \text{Re}_D < 9,05 \times 10^5 \\ 10^2 < \text{Re}_D \text{Pr} < 10^4 \end{array} \right]$$

- **Correlação de Shimazaki/Seban** (válida para metais líquidos e $T_s = \text{constante}$):

$$\text{Nu}_D = 5,0 + 0,025(\text{Re}_D \text{Pr})^{0,8}$$

$$\text{Re}_D \text{Pr} > 100$$

- Para **todas as correlações** acima, **pouco erro** é cometido quando $\overline{\text{Nu}}_D \cong \text{Nu}_D$.

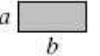
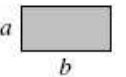
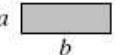
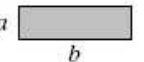
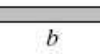
3.6 CORRELAÇÕES DE CONVECÇÃO: TUBOS NÃO-CIRCULARES

- Os resultados anteriores podem ser utilizados para **tubos não-circulares** desde que se use o **diâmetro hidráulico** no cálculo de Re_D e Nu_D :

$$D_h = \frac{4A_{tr}}{P}$$

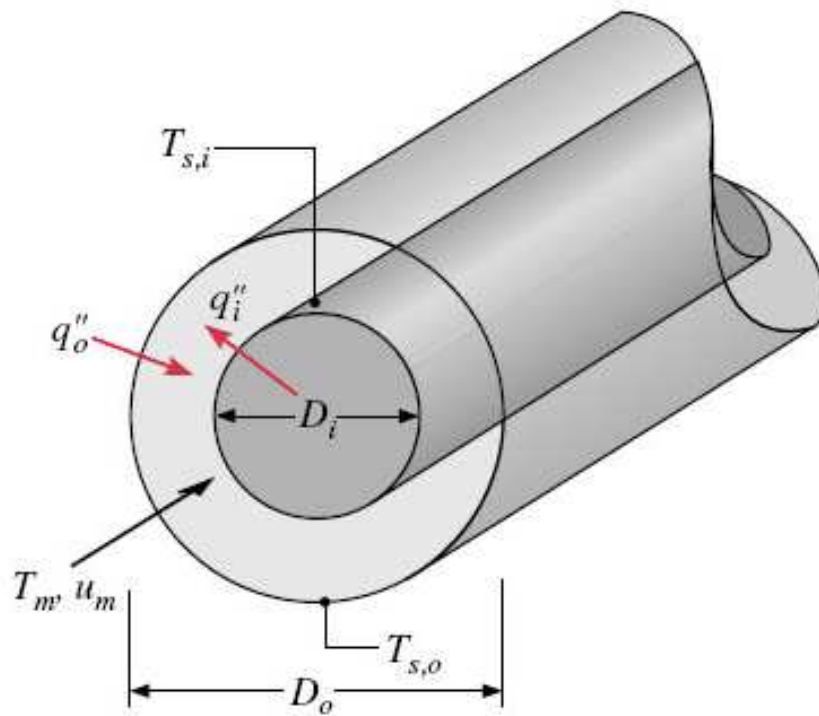
- Para **escoamento turbulento**, é razoável utilizar as correlações mostradas no item 3.5 para $Pr \geq 0,7$.
- Para **escoamento laminar**, o número de Nusselt correspondente a condições plenamente desenvolvidas pode ser visto na tabela abaixo.
- É importante notar que o coeficiente de convecção **aproxima-se de zero nos cantos vivos** e que os resultados mostrados são uma **média sobre a seção transversal** do duto.

Número de Nusselt e fatores de atrito para o escoamento laminar plenamente desenvolvido e tubos de diferentes seções transversais

Cross Section	$\frac{b}{a}$	$Nu_D \equiv \frac{hD_h}{k}$		$f Re_{D_h}$
		(Uniform q_s'')	(Uniform T_s)	
	—	4.36	3.66	64
	1.0	3.61	2.98	57
	1.43	3.73	3.08	59
	2.0	4.12	3.39	62
	3.0	4.79	3.96	69
	4.0	5.33	4.44	73
	8.0	6.49	5.60	82
	∞	8.23	7.54	96
	∞	5.39	4.86	96
	∞	5.39	4.86	96
	—	3.11	2.49	53

3.7 REGIÃO ANULAR ENTRE TUBOS CONCÊNTRICOS

- Um fluido escoa no espaço formado pelos tubos concêntricos (**região anular**) e a transferência de calor por convecção pode ocorrer tanto da superfície do tubo interno quanto da superfície do tubo externo.



$$q''_i = h_i (T_{s,i} - T_m), \quad Nu_i = \frac{h_i D_h}{k}$$

$$q''_e = h_e (T_{s,e} - T_m), \quad Nu_e = \frac{h_e D_h}{k}$$

- O diâmetro hidráulico é $D_h = \frac{4(\pi/4)(D_e^2 - D_i^2)}{\pi D_e + \pi D_i} = D_e - D_i$
- Para o caso de **escoamento laminar plenamente desenvolvido** com uma superfície **termicamente isolada** e a outra com **temperatura constante**, Nu_i e Nu_e podem ser obtidos da tabela abaixo:

D_i/D_o	Nu_i	Nu_o	<i>Comments</i>
0	—	3.66	See Equation 8.55
0.05	17.46	4.06	
0.10	11.56	4.11	
0.25	7.37	4.23	
0.50	5.74	4.43	
≈ 1.00	4.86	4.86	See Table 8.1, $b/a \rightarrow \infty$

- Se condições de **fluxo térmico uniforme** existem em ambas as superfícies, os números de Nusselt podem ser calculados por expressões na forma:

$$Nu_i = \frac{Nu_{ii}}{1 - (q_e''/q_i'')\theta_i^*}$$

$$Nu_e = \frac{Nu_{ee}}{1 - (q_i''/q_e'')\theta_e^*}$$

D_i/D_o	Nu_{ii}	Nu_{oo}	θ_i^*	θ_o^*
0	—	4.364	∞	0
0.05	17.81	4.792	2.18	0.0294
0.10	11.91	4.834	1.383	0.0562
0.20	8.499	4.833	0.905	0.1041
0.40	6.583	4.979	0.603	0.1823
0.60	5.912	5.099	0.473	0.2455
0.80	5.58	5.24	0.401	0.299
1.00	5.385	5.385	0.346	0.346

- Os resultados acima são válidos para escoamento laminar plenamente desenvolvido.
- Para escoamento turbulento, os valores de h_i e h_e podem ser considerados iguais e calculados pela correlação de Dittus-Boelter.