CAPÍTULO 2 – ESCOAMENTO EXTERNO

Prof. Dr. Santiago del Rio Oliveira

- Problema: calcular a taxa de transferência de calor entrando ou saindo de uma superfície em contato com um escoamento externo.

- Exemplos: escoamento sobre placa plana, esferas, cilindros, aerofólios e pás de turbinas.

- Foco: convecção forçada com baixas velocidades e sem mudança de fase.

- Objetivo: calcular os coeficientes convectivos em diferentes geometrias de escoamento externo.

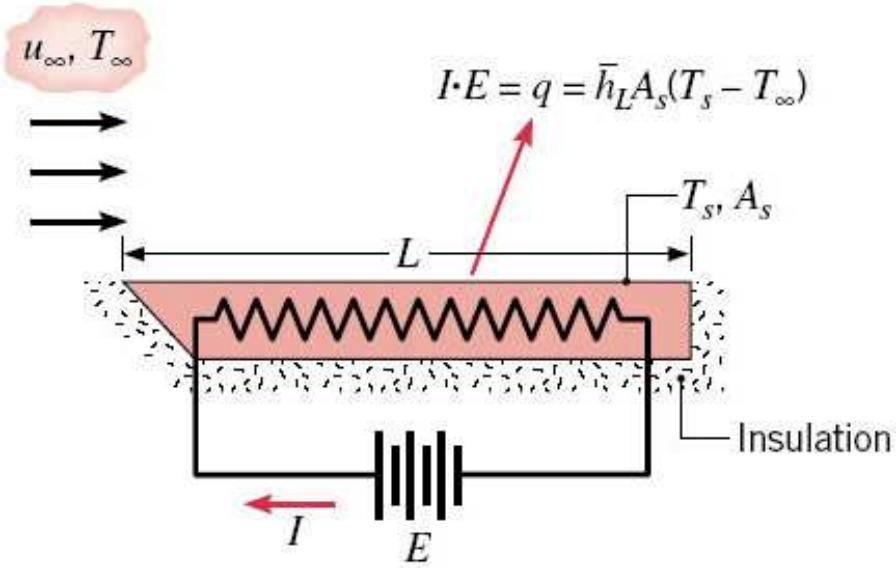
- Os coeficientes convectivos locais e médios para transferência de calor são correlacionados como:

$$\mathrm{Nu}_x = f\left(x^*, \mathrm{Re}_x, \mathrm{Pr}\right) \text{ e } \overline{\mathrm{Nu}}_x = f\left(\mathrm{Re}_x, \mathrm{Pr}\right)$$

- O problema da convecção é obter as funções anteriores.
- O índice x^* indica uma posição específica e barra $\bar{}$ indica uma média desde $x^* = 0$ até a posição de interesse.
- Abordagens utilizadas: método empírico, método teórico e método integral.
- Método empírico: execução de medidas de transferência de calor em laboratório e correlação dos dados em termos de adimensionais apropriados.
- Método teórico: resolução das equações diferenciais parciais da camada-limite para determinada geometria.
- Método integral: integração das equações diferenciais parciais da camada-limite dentro da espessura da camada-limite de interesse.

2.1 O MÉTODO EMPÍRICO

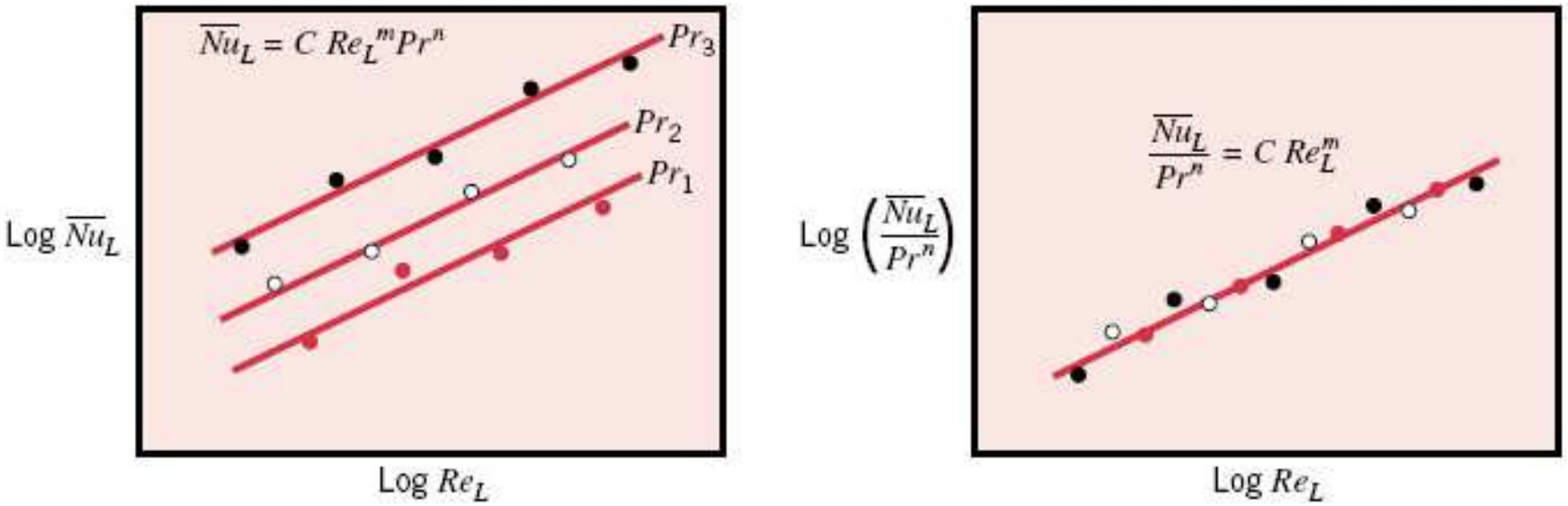
- Baseado no experimento abaixo: através de aquecimento elétrico mede-se T_s, T_∞, A_s, I, E e calcula-se $\bar{h}_L$ da lei do resfriamento de Newton.



- Após isso pode-se determinar os números de Nusselt, Reynolds e Prandtl.

- Podem-se variar as condições tais como u_∞, L ou o tipo de fluido.

- Obtém-se diferentes valores de Nusselt em função do Reynolds e Prandtl.



- Para um Prandtl fixo, os resultados se aproximam de uma reta.

- Os resultados podem ser correlacionados na forma $\overline{\mathrm{Nu}}_L = C\,\mathrm{Re}_L^m\,\mathrm{Pr}^n$.

- C, m e n são independentes do fluido e as linhas retas podem ser concentradas em termos de $\overline{\mathrm{Nu}}_L / \mathrm{Pr}^n$.

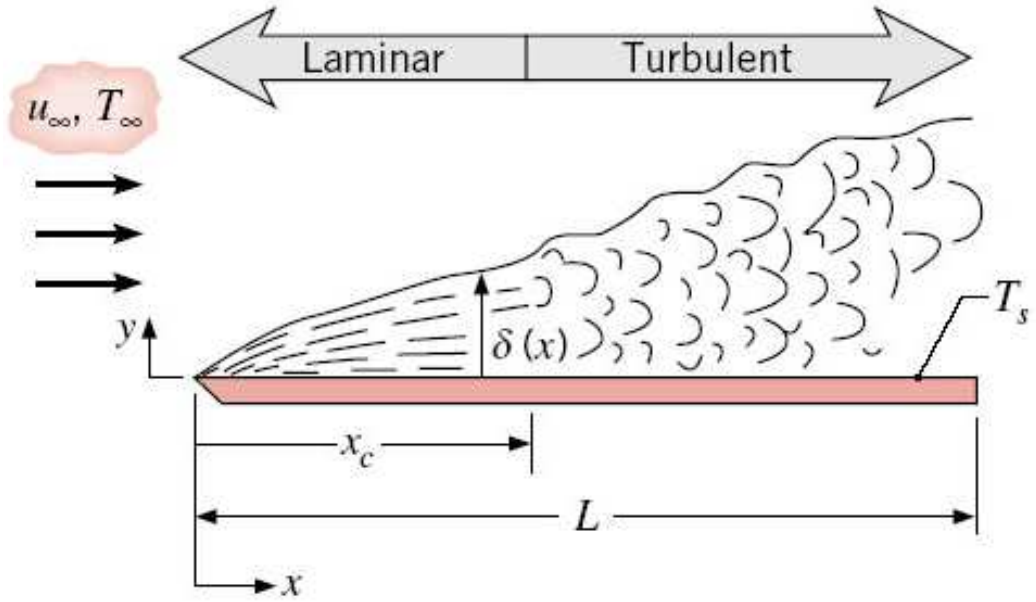
- C, m e n dependem da geometria da superfície e o tipo de escoamento.

- As propriedades são avaliadas na temperatura de filme $T_f = \dfrac{T_\infty + T_s}{2}$

- Outro método consiste em avaliar todas as propriedades em T_∞ e multiplicar a correlação por $\left(\dfrac{\mathrm{Pr}_\infty}{\mathrm{Pr}_s}\right)^r$ ou $\left(\dfrac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^r$.

- Para uma dada geometria e condições de escoamento, C, m e n são os mesmos da transferência de calor por convecção.

2.2 A PLACA PLANA EM ESCOAMENTO PARALELO



2.2.1 Escoamento laminar sobre uma placa isotérmica: uma solução por similaridade

- A solução hidrodinâmica segue o método de Blasius (1908).

- A espessura da camada limite de velocidades é dada por:

$$\delta = \frac{5{,}0x}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}$$

- O coeficiente de atrito local é:

$$C_{f,x} = 0{,}664\,\mathrm{Re}_x^{-1/2}$$

- O número de Nusselt local tem a seguinte forma:

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0{,}332\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \mathrm{Pr} \geq 0{,}6$$

- Parâmetros médios podem também ser determinados:

1. Coeficiente de atrito médio:

$$\overline{C}_{f,x} = 1{,}328\,\mathrm{Re}_x^{-1/2}$$

2. Número de Nusselt médio:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_x = \frac{\overline{h}_x x}{k} = 0{,}664\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$$

- Os coeficientes de atrito e convectivos médios a partir da aresta frontal até o ponto *x* sobre a superfície são o dobro dos coeficientes locais naquele ponto.

- Para $\mathrm{Pr} \leq 0{,}05$ e $\mathrm{Re}_x\,\mathrm{Pr} \geq 100$ pode-se utilizar a seguinte correlação:

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}565(\mathrm{Re}_x\,\mathrm{Pr})^{1/2}$$

- Para todos os números de Prandtl e $\mathrm{Re}_x \mathrm{Pr} \geq 100$ no caso de escoamento laminar sobre uma placa plana isotérmica, Churchill e Ozoe (1973) recomendam a seguinte correlação:

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{0{,}3387\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1+(0{,}0468/\mathrm{Pr})^{2/3}\right]^{1/4}} \qquad \text{com} \qquad \overline{\mathrm{Nu}}_x = 2\mathrm{Nu}_x$$

2.2.2 Escoamento turbulento sobre uma placa isotérmica

- Para Re_x até aproximadamente 10^8 o coeficiente de atrito local é dado por:

$$C_{f,x} = 0{,}0592\,\mathrm{Re}_x^{-1/5} \qquad \mathrm{Re}_{x,c} \leq \mathrm{Re}_x \leq 10^8$$

- A espessura da camada-limite de velocidade é dada por: $\delta = 0{,}37\,x\,\mathrm{Re}_x^{-1/5}$

2.2.3 Condições de camada-limite mista

- Com $0{,}95 \le (x_c/L) \le 1$ as expressões anteriores de $\overline{C}_{f,x}$ e $\overline{\mathrm{Nu}}_x$ podem ser utilizadas como uma aproximação razoável.

- Quando $(x_c/L) \le 0{,}95$ os coeficientes médios serão influenciados também pela camada-limite turbulenta.

- No caso de camada-limite mista:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = \left(0{,}037\,\mathrm{Re}_L^{4/5} - A\right)\mathrm{Pr}^{1/3} \quad \begin{bmatrix} 0{,}6 \le \mathrm{Pr} \le 60 \\ \mathrm{Re}_{x,c} \le \mathrm{Re}_L \le 10^8 \end{bmatrix} \quad A = 0{,}037\,\mathrm{Re}_{x,c}^{4/5} - 0{,}664\,\mathrm{Re}_{x,c}^{1/2}$$

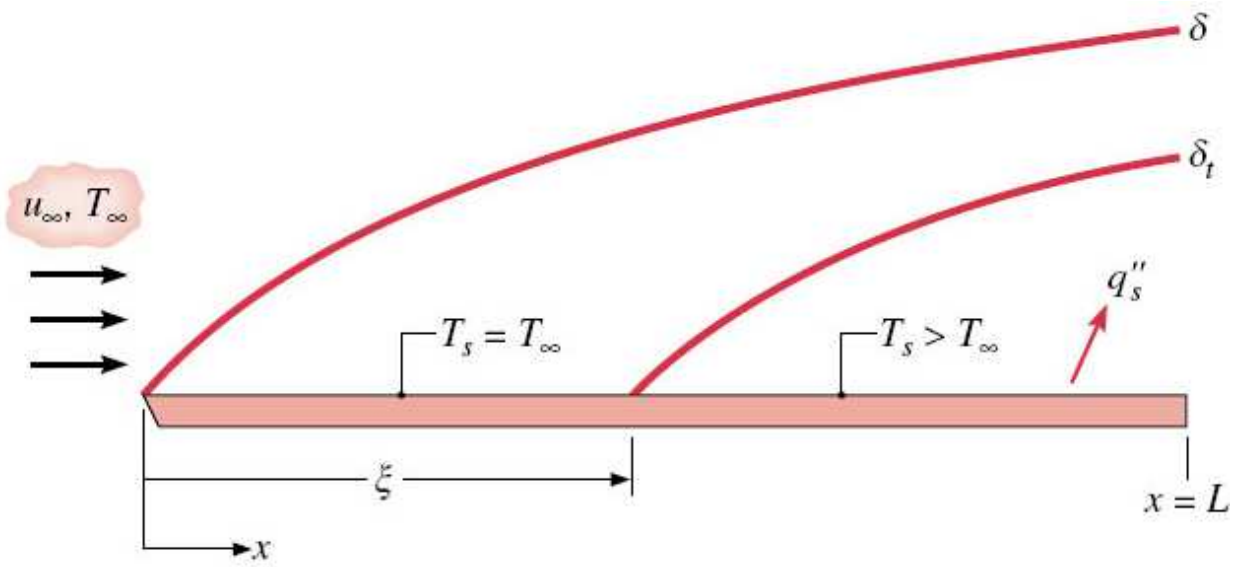
- Coeficiente de atrito médio:

$$\overline{C}_{f,L} = 0{,}074\,\mathrm{Re}_L^{-1/5} - \frac{2A}{\mathrm{Re}_L} \quad \mathrm{Re}_{x,c} \le \mathrm{Re}_L \le 10^8 \quad A = 0{,}037\,\mathrm{Re}_{x,c}^{4/5} - 0{,}664\,\mathrm{Re}_{x,c}^{1/2}$$

- Para camada-limite completamente turbulenta, $\mathrm{Re}_{x,c} = 0$ e $A = 0$ (perturbação da camada-limite na aresta frontal com um arame fino ou outro promotor de turbulência). Para número de Reynolds de transição $\mathrm{Re}_{x,c} = 5 \times 10^5$, $A = 871$.

2.2.4 Comprimento inicial não-aquecido

- O crescimento da camada-limite de velocidade começa em $x = 0$ enquanto o desenvolvimento da camada-limite térmica começa em $x = \xi$. Não há transferência de calor em $0 \le x \le \xi$.



- Escoamento laminar: $$\mathrm{Nu}_x = \frac{\mathrm{Nu}_x\big|_{\xi=0}}{\left[1-(\xi/x)^{3/4}\right]^{1/3}} \quad \text{e} \quad \mathrm{Nu}_x\big|_{\xi=0} = 0{,}332\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$$

- Escoamento turbulento: $$\mathrm{Nu}_x = \frac{\mathrm{Nu}_x\big|_{\xi=0}}{\left[1-(\xi/x)^{9/10}\right]^{1/9}} \quad \text{e} \quad \mathrm{Nu}_x\big|_{\xi=0} = 0{,}0296\,\mathrm{Re}_x^{4/5}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$$

- Ameel (1997) obteve uma expressão para o número de Nusselt médio em uma placa de comprimento L isotérmica com um comprimento inicial não-aquecido com escoamento laminar ou turbulento:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_L = \frac{\bar{h}_L L}{k} = \overline{\mathrm{Nu}}_L\Big|_{\xi=0} \frac{L}{L-\xi}\left[1-(\xi/L)^{(p+1)/(p+2)}\right]^{p/(p+1)}$$

- $p=2$ para escoamento laminar e $p=8$ para escoamento turbulento. $\overline{\mathrm{Nu}}_L\Big|_{\xi=0}$ é o número de Nusselt médio quando o aquecimento se inicia na aresta frontal.

2.2.5 Placas planas com condições de fluxo térmico constante

- Para escoamento laminar: $\mathrm{Nu}_x = 0{,}453\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$ para $\mathrm{Pr} \geq 0{,}6$
- Para escoamento turbulento: $\mathrm{Nu}_x = 0{,}0308\,\mathrm{Re}_x^{4/5}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$ para $0{,}6 \leq \mathrm{Pr} \leq 60$

- O número de Nusselt é 36% e 4% superior do que o resultado para temperatura na superfície constante para os regimes laminar e turbulento, respectivamente.

- A temperatura superficial local é calculada por: $T_s(x) = T_\infty + \frac{q_s''}{h_x}$

- Uma temperatura superficial média pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$\left(\overline{T_s - T_\infty}\right) = \frac{q_s''}{L}\int_0^L \frac{x}{k\mathrm{Nu}_x}dx$$

2.2.6 Limitações no uso dos coeficientes convectivos

- As expressões indicadas nesse capítulo são adequadas para a maioria dos cálculos de engenharia. Entretanto, erros de até 25% podem ser causados pelo uso dessas expressões.

2.3 METODOLOGIA PARA CÁLCULOS DE CONVECÇÃO

1. Reconhecer a geometria do escoamento

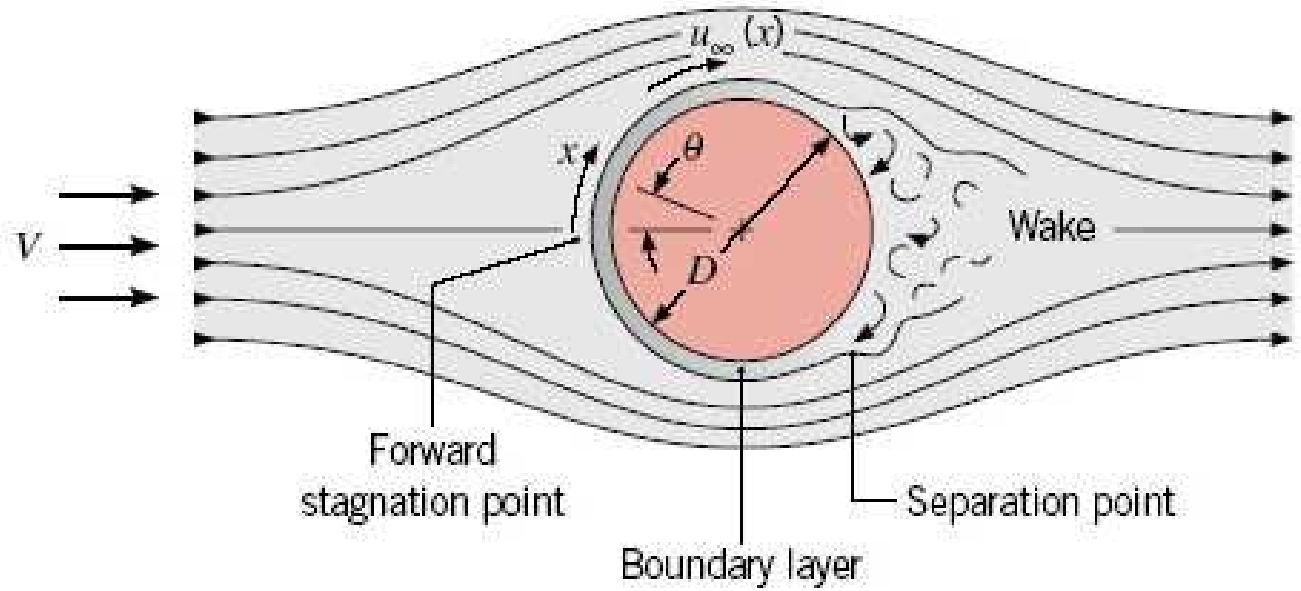
1. Especifique a temperatura de referência apropriada e determine as propriedades do fluido pertinenes naquela temperatura.

2. Calcule o número de Reynolds.

3. Decida se um coeficiente local ou um coeficiente médio na superfície é necessário.

4. Selecione a correlação apropriada.

2.4 CILINDRO EM ESCOAMENTO CRUZADO



- Número de Reynolds:

$$\mathrm{Re}_D = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\mu}$$

2.4.2 Transferência de calor por convecção

- Correlação de Hilpert (1933): $\overline{\mathrm{Nu}}_D = \dfrac{\bar{h}D}{k} = C\,\mathrm{Re}_D^m\,\mathrm{Pr}^{1/3}$ $(\mathrm{Pr} \geq 0{,}7)$

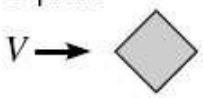
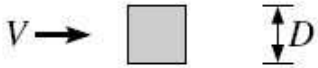
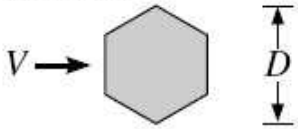
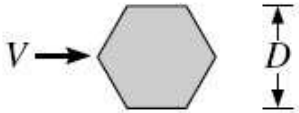
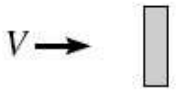
Constantes da correlação de Hilpert para o cilindro circular em escoamento cruzado

Re_D	C	m
0.4–4	0.989	0.330
4–40	0.911	0.385
40–4000	0.683	0.466
4000–40,000	0.193	0.618
40,000–400,000	0.027	0.805

- As propriedades são avaliadas na temperatura de filme.

- Para cilindros com seção transversal não circular e comprimento característico D as constantes podem ser obtidas da tabela abaixo:

Constantes da correlação de Hilpert para cilindros não circulares em escoamento cruzado de um gás

Geometry	Re_D	C	m
Square			
	5×10^3–10^5	0.246	0.588
	5×10^3–10^5	0.102	0.675
Hexagon			
	5×10^3–1.95×10^4	0.160	0.638
	1.95×10^4–10^5	0.0385	0.782
	5×10^3–10^5	0.153	0.638
Vertical plate			
	4×10^3–1.5×10^4	0.228	0.731

- Zukauskas (1972) propôs a seguinte correlação:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = C\,\mathrm{Re}_D^m\,\mathrm{Pr}^n\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_s}\right)^{1/4} \qquad \left[\begin{array}{l} 0{,}7 \le \mathrm{Pr} \le 500 \\ 1 \le \mathrm{Re}_D \le 10^6 \end{array}\right]$$

- Na equação acima, todas as propriedades são avaliadas a T_∞ com exceção de Pr_s que é avaliado a T_s. Os valores de C e m estão listados na tabela abaixo. Se $\mathrm{Pr} \le 10$, $n = 0{,}37$; se $\mathrm{Pr} \ge 10$, $n = 0{,}36$.

Constantes para o cilindro circular em escoamento cruzado

Re_D	C	m
1–40	0.75	0.4
40–1000	0.51	0.5
10^3–2×10^5	0.26	0.6
2×10^5–10^6	0.076	0.7

- Churchill e Bernstein (1977) propuseram uma correlação para ampla faixa de Reynolds e Prandtl:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0{,}3 + \frac{0{,}62\,\mathrm{Re}_D^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1+(0{,}4/\mathrm{Pr})^{2/3}\right]^{1/4}}\left[1+\left(\frac{\mathrm{Re}_D}{282.000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \qquad (\mathrm{Re}_D\mathrm{Pr} \geq 0{,}2)$$

- Todas as propriedades são avaliadas na temperatura de filme.

2.5 A ESFERA

- Whitaker (1972) recomenda a seguinte correlação:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 2 + \left(0{,}4\,\mathrm{Re}_D^{1/2} + 0{,}06\,\mathrm{Re}_D^{2/3}\right)\mathrm{Pr}^{0{,}4}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{1/4} \qquad \begin{bmatrix} 0{,}71 \leq \mathrm{Pr} \leq 380 \\ 3{,}5 \leq \mathrm{Re}_D \leq 7{,}6\times10^4 \\ 1{,}0 \leq (\mu/\mu_s) \leq 3{,}2 \end{bmatrix}$$

- Todas as propriedades, exceto μ_s, são avaliadas a T_∞.