



CAPÍTULO 2 – ESCOAMENTO EXTERNO

Prof. Dr. Santiago del Rio Oliveira

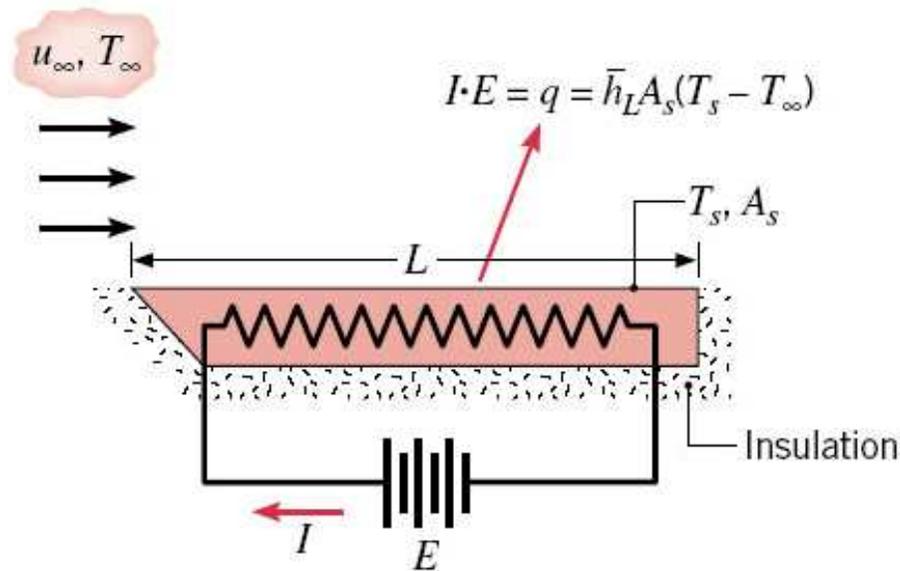
- Problema: calcular a taxa de transferência de calor entrando ou saindo de uma superfície em contato com um escoamento externo.
- Exemplos: escoamento sobre placa plana, esferas, cilindros, aerofólios e pás de turbinas.
- Foco: convecção forçada com baixas velocidades e sem mudança de fase.
- Objetivo: calcular os coeficientes convectivos em diferentes geometrias de escoamento externo.
- Os coeficientes convectivos locais e médios para transferência de calor são correlacionados como:

$$\text{Nu}_x = f(x^*, \text{Re}_x, \text{Pr}) \text{ e } \overline{\text{Nu}}_x = f(\text{Re}_x, \text{Pr})$$

- O **problema da convecção** é obter as funções anteriores.
- O índice x^* indica uma **posição específica** e barra $\bar{\quad}$ indica uma **média** desde $x^* = 0$ até a **posição de interesse**.
- **Abordagens utilizadas**: método empírico, método teórico e método integral.
- **Método empírico**: execução de medidas de transferência de calor em laboratório e correlação dos dados em termos de adimensionais apropriados.
- **Método teórico**: resolução das equações diferenciais parciais da camada-limite para determinada geometria.
- **Método integral**: integração das equações diferenciais parciais da camada-limite dentro da espessura da camada-limite de interesse.

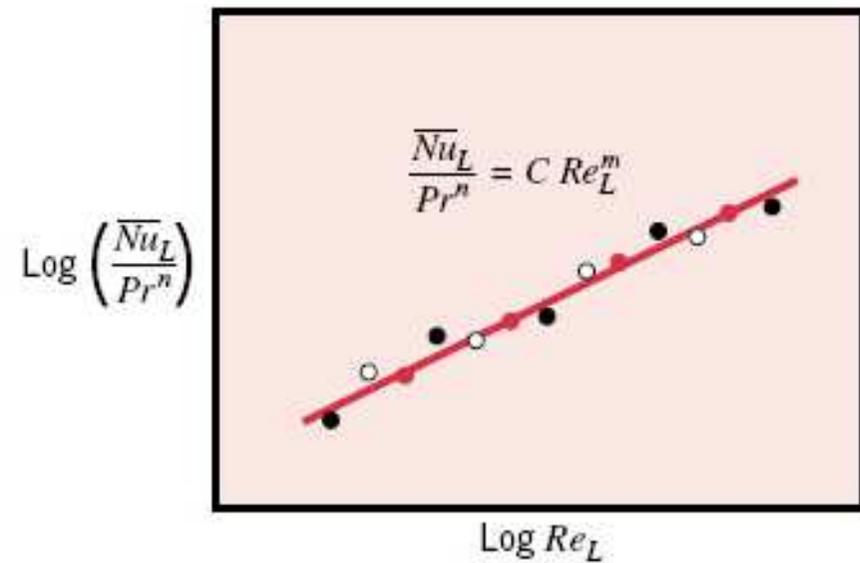
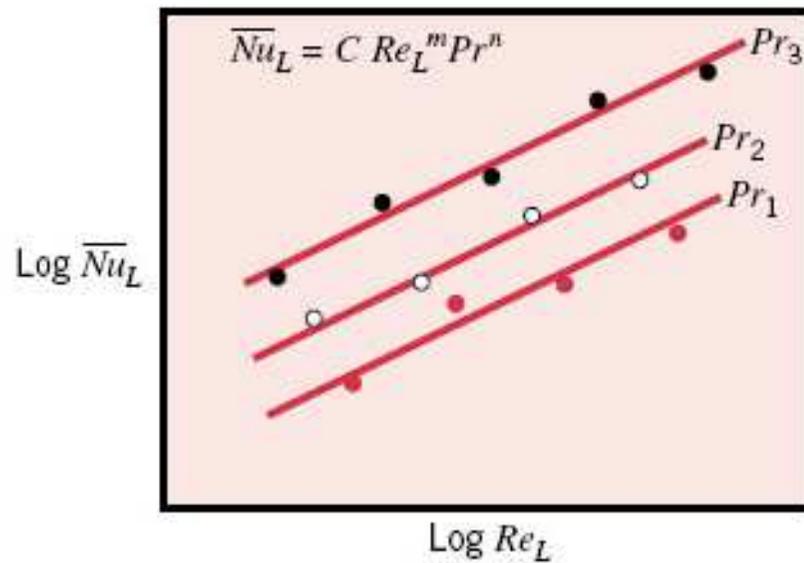
2.1 O MÉTODO EMPÍRICO

- Baseado no experimento abaixo: através de **aquecimento elétrico** mede-se T_s , T_∞ , A_s , I , E e calcula-se \bar{h}_L da lei do resfriamento de Newton.



- Após isso pode-se determinar os números de Nusselt, Reynolds e Prandtl.
- Podem-se variar as condições tais como u_∞ , L ou o tipo de fluido.

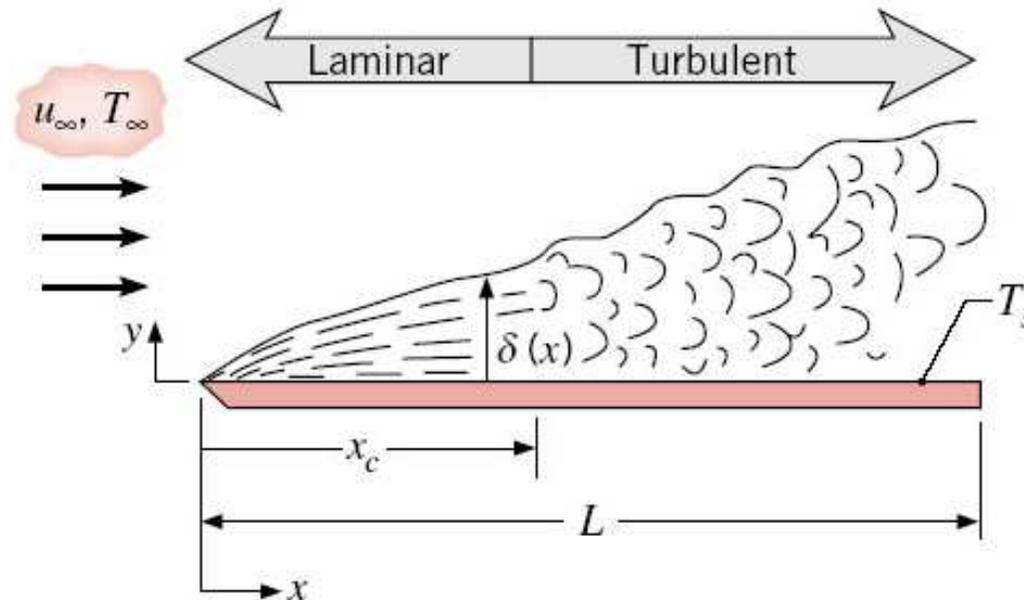
- Obtém-se diferentes valores de **Nusselt** em função do **Reynolds** e **Prandtl**.



- Para um **Prandtl fixo**, os resultados se aproximam de uma **reta**.
- Os resultados podem ser correlacionados na forma $\overline{Nu}_L = C Re_L^m Pr^n$.

- C, m e n são independentes do fluido e as linhas retas podem ser concentradas em termos de $\overline{\text{Nu}}_L / \text{Pr}^n$.
- C, m e n dependem da geometria da superfície e o tipo de escoamento.
- As propriedades são avaliadas na temperatura de filme $T_f = \frac{T_\infty + T_s}{2}$
- Outro método consiste em avaliar todas as propriedades em T_∞ e multiplicar a correlação por $\left(\frac{\text{Pr}_\infty}{\text{Pr}_s}\right)^r$ ou $\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^r$.
- Para uma dada geometria e condições de escoamento, C, m e n são os mesmos da transferência de calor por convecção.

2.2 A PLACA PLANA EM ESCOAMENTO PARALELO



2.2.1 escoamento laminar sobre uma placa isotérmica: uma solução por similaridade

- Para **escoamento laminar**, **incompressível**, em **regime estacionário** de um fluido com **propriedades constantes**, **dissipação viscosa desprezível** e $dp/dx = 0$ as equações da camada-limite são:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3)$$

- Para **propriedades constantes**, a camada-limite hidrodinâmica é **independente** da camada-limite de temperatura.
- Dessa forma, pode-se **resolver primeiro o problema hidrodinâmico** e com a solução obtida **resolver o problema térmico**.
- A solução hidrodinâmica segue o **método de Blasius** (1908).

1. As componentes de velocidade são definidas em termos da função corrente:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{e} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

2. Dessa forma, a **equação da continuidade** (1) é satisfeita e não é necessária.

3. As novas **variáveis dependente** e **independente**, f e η , respectivamente são definidas como:

$$f(\eta) = \frac{\psi}{u_\infty \sqrt{\nu x / u_\infty}} \quad \text{e} \quad \eta = y \sqrt{u_\infty / \nu x}$$

4. O uso das novas variáveis reduz a **equação diferencial parcial** (2) para uma **equação diferencial ordinária**.

5. A solução de Blasius é dita uma solução por similaridade e η é uma **variável similar**.

6. Apesar do crescimento da camada-limite com x , o perfil de velocidade u/u_∞ permanece **geometricamente similar**, possuindo a seguinte forma:

$$\frac{u}{u_\infty} = \phi\left(\frac{y}{\delta}\right) = \phi(\eta)$$

7. O perfil de velocidades é determinado **somente pela variável similar** $\eta(x, y)$.

8. u , v , $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$ e $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ são **reescritos** em função de f e η na seguinte forma:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[u_\infty \sqrt{\frac{vx}{u_\infty}} f(\eta) \right] \frac{\partial}{\partial y} \left[y \sqrt{\frac{u_\infty}{vx}} \right] \Rightarrow u = u_\infty \frac{df}{d\eta}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[u_{\infty} \frac{df}{d\eta} \right] \frac{\partial}{\partial x} \left[y \sqrt{\frac{u_{\infty}}{\nu x}} \right] \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{u_{\infty}}{2x} \eta \frac{d^2 f}{d\eta^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[u_{\infty} \frac{df}{d\eta} \right] \frac{\partial}{\partial y} \left[y \sqrt{\frac{u_{\infty}}{\nu x}} \right] \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = u_{\infty} \sqrt{\frac{u_{\infty}}{\nu x}} \frac{d^2 f}{d\eta^2}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[u_{\infty} \sqrt{\frac{u_{\infty}}{\nu x}} \frac{d^2 f}{d\eta^2} \right] \frac{\partial}{\partial y} \left[y \sqrt{\frac{u_{\infty}}{\nu x}} \right] \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{u_{\infty}^2}{\nu x} \frac{d^3 f}{d\eta^3}$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) =$$

$$-\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[u_{\infty} \sqrt{\frac{\nu x}{u_{\infty}}} f(\eta) \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[u_{\infty} \sqrt{\frac{\nu x}{u_{\infty}}} f(\eta) \right] \frac{\partial}{\partial x} \left[y \sqrt{\frac{u_{\infty}}{\nu x}} \right] \right\} \Rightarrow v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu u_{\infty}}{x}} \left(\eta \frac{df}{d\eta} - f \right)$$

- Substituindo esses resultados na equação (2) obtém-se:

$$2\frac{d^3 f}{d\eta^3} + f\frac{d^2 f}{d\eta^2} = 0 \quad (5)$$

- As condições de contorno apropriadas são:

$$u(x,0) = 0 = v(x,0) = 0 \quad \text{e} \quad u(x, \infty) = u_\infty$$

- Em termos das variáveis de similaridade:

$$\left. \frac{df}{d\eta} \right|_{\eta=0} = f(0) = 0 \quad \text{e} \quad \left. \frac{df}{d\eta} \right|_{\eta \rightarrow \infty} = 1 \quad (6)$$

- A solução da equação (5) sujeita as condições de contorno (6) pode ser obtida por **integração numérica** e os resultados podem ser visualizados abaixo:

Funções de camada-limite laminar sobre uma placa plana

$\eta = y \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}}$	f	$\frac{df}{d\eta} = \frac{u}{u_\infty}$	$\frac{d^2f}{d\eta^2}$
0	0	0	0.332
0.4	0.027	0.133	0.331
0.8	0.106	0.265	0.327
1.2	0.238	0.394	0.317
1.6	0.420	0.517	0.297
2.0	0.650	0.630	0.267
2.4	0.922	0.729	0.228
2.8	1.231	0.812	0.184
3.2	1.569	0.876	0.139
3.6	1.930	0.923	0.098
4.0	2.306	0.956	0.064
4.4	2.692	0.976	0.039
4.8	3.085	0.988	0.022
5.2	3.482	0.994	0.011
5.6	3.880	0.997	0.005
6.0	4.280	0.999	0.002
6.4	4.679	1.000	0.001
6.8	5.079	1.000	0.000

- **Espessura da camada-limite de velocidade** δ : valor de y na qual $(u/u_\infty) = 0,99$

$$5,0 = \delta \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} \Rightarrow \delta = \frac{5,0}{\sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}}} = \frac{5,0}{\sqrt{\frac{u_\infty x}{\nu x^2}}} \Rightarrow \delta = \frac{5,0x}{\sqrt{\text{Re}_x}}$$

- Nota-se que δ aumenta com o aumento de x e ν e diminui com o aumento de u_∞ .
- **Tensão de cisalhamento na parede:**

$$\tau_{s,x} = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = \mu u_\infty \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} \left. \frac{d^2 f}{d\eta^2} \right|_{\eta=0}$$

- Da tabela anterior tem-se que $\left(d^2 f / d\eta^2 \right)_{\eta=0} = 0,332$ e dessa forma:

$$\tau_{s,x} = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0,332 \mu u_\infty \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} = 0,332 u_\infty \sqrt{\frac{\rho \mu u_\infty}{x}}$$

- O coeficiente de atrito local é:

$$C_{f,x} = \frac{\tau_{s,x}}{\rho u_\infty^2 / 2} = \frac{0,332 u_\infty \sqrt{\frac{\rho \mu u_\infty}{x}}}{\frac{\rho u_\infty^2}{2}} = 0,664 \sqrt{\frac{\mu}{\rho u_\infty x}} = 0,664 \sqrt{\text{Re}_x^{-1}} \quad C_{f,x} = 0,664 \text{Re}_x^{-1/2}$$

- A equação (3) pode ser resolvida com a utilização da temperatura adimensional $T^* = [(T - T_s)/(T_\infty - T_s)]$ e da transformação similar $T^* = T^*(\eta)$:

$$u \frac{\partial [T^*(T_\infty - T_s) + T_s]}{\partial x} + \nu \frac{\partial [T^*(T_\infty - T_s) + T_s]}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 [T^*(T_\infty - T_s) + T_s]}{\partial x^2}$$

$$u \frac{\partial T^*}{\partial x} + v \frac{\partial T^*}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^2}$$

- Inserindo a transformação similar $T^* = T^*(\eta)$ obtém-se as seguintes derivadas:

$$\frac{\partial T^*}{\partial x} = \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial x} \left[y \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} \right] \Rightarrow \frac{\partial T^*}{\partial x} = -\frac{\eta}{2x} \frac{\partial T^*}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial y} = \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial y} \left[y \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} \right] \Rightarrow \frac{\partial T^*}{\partial y} = \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} \frac{\partial T^*}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial T^*}{\partial y} \right) \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right] \frac{\partial}{\partial y} \left[y \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} \right] \Rightarrow \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^2} = \frac{u_\infty}{\nu x} \frac{\partial^2 T^*}{\partial \eta^2}$$

- Substituindo as derivadas na equação da energia e rearranjando obtém-se:

$$\frac{d^2 T^*}{d\eta^2} + \frac{\text{Pr}}{2} f \frac{dT^*}{d\eta} = 0 \quad (7)$$

- As condições de contorno apropriadas são:

$$T^*(0) = 0 \quad \text{e} \quad T^*(\infty) = 1 \quad (8)$$

- A equação diferencial ordinária (7) sujeita as condições de contorno (8) pode ser resolvida por **integração numérica** para diferentes números de Prandtl.
- Para $\text{Pr} \geq 0,6$ o **gradiente de temperatura na superfície** $\left. \frac{dT^*}{d\eta} \right|_{\eta=0}$ pode ser correlacionado pela seguinte relação:

$$\left. \frac{dT^*}{d\eta} \right|_{\eta=0} = 0,332 \text{Pr}^{1/3}$$

- O coeficiente de transferência de calor local é:

$$h_x = \frac{-k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty} = \frac{-k \frac{\partial [T^*(T_\infty - T_s) + T_s]}{\partial y} \Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty} = k \frac{\partial T^*}{\partial y} \Big|_{y=0} = k \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0}$$

- Assim, o número de Nusselt local tem a seguinte forma:

$$h_x = k \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} 0,332 \text{Pr}^{1/3} = \frac{k}{x} \sqrt{\frac{u_\infty x}{\nu}} 0,332 \text{Pr}^{1/3} \Rightarrow \text{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0,332 \text{Re}_x^{1/2} \text{Pr}^{1/3}$$

- A partir da solução da equação da energia obtém-se também a seguinte relação entre as espessuras das camadas-limite de velocidade e térmica:

$$\frac{\delta}{\delta_t} \approx \text{Pr}^{1/3}$$

- **Parâmetros médios** podem também ser determinados:

1. **Coeficiente de atrito médio:**

$$\bar{C}_{f,x} = \frac{\bar{\tau}_{s,x}}{\rho u_\infty^2 / 2} = \frac{\frac{1}{x} \int_0^x \tau_{s,x} dx}{\rho u_\infty^2 / 2} = \frac{\frac{1}{x} \int_0^x (\rho u_\infty^2 / 2) 0,664 \text{Re}_x^{-1/2} dx}{\rho u_\infty^2 / 2} \Rightarrow \bar{C}_{f,x} = 1,328 \text{Re}_x^{-1/2}$$

2. **Número de Nusselt médio:**

$$\bar{h}_x = \frac{1}{x} \int_0^x h_x dx = 0,332 \left(\frac{k}{x} \right) \text{Pr}^{1/3} \left(\frac{u_\infty}{\nu} \right)^{1/2} \int_0^x \frac{dx}{x^{1/2}} \Rightarrow \bar{h}_x = 2h_x$$

$$\overline{\text{Nu}}_x = \frac{\bar{h}_x x}{k} = 0,664 \text{Re}_x^{1/2} \text{Pr}^{1/3}$$

- Os coeficientes de atrito e convectivos médios a partir da aresta frontal até o ponto x sobre a superfície são o dobro dos coeficientes locais naquele ponto.
- Para $\text{Pr} \leq 0,05$ e $\text{Re}_x \text{Pr} \geq 100$ pode-se utilizar a seguinte correlação:

$$\text{Nu}_x = 0,565(\text{Re}_x \text{Pr})^{1/2}$$

- Para todos os números de Prandtl e $\text{Re}_x \text{Pr} \geq 100$ no caso de escoamento laminar sobre uma placa plana isotérmica, Churchill e Ozoe (1973) recomendam a seguinte correlação:

$$\text{Nu}_x = \frac{0,3387 \text{Re}_x^{1/2} \text{Pr}^{1/3}}{\left[1 + (0,0468/\text{Pr})^{2/3}\right]^{1/4}}$$

com

$$\overline{\text{Nu}}_x = 2\text{Nu}_x$$

2.2.2 Escoamento turbulento sobre uma placa isotérmica

- Para Re_x até aproximadamente 10^8 o **coeficiente de atrito local** é dado por:

$$C_{f,x} = 0,0592 Re_x^{-1/5}$$

$$Re_{x,c} \leq Re_x \leq 10^8$$

- A **espessura da camada-limite de velocidade** é dada por: $\delta = 0,37x Re_x^{-1/5}$
- O crescimento da camada-limite turbulenta é mais **rápido** ($x^{4/5}$ contra $x^{1/2}$ no escoamento laminar).
- O decréscimo do coeficiente de atrito é **mais gradual** ($x^{-1/5}$ contra $x^{-1/2}$ no escoamento laminar).
- Para escoamento turbulento $\delta \approx \delta_t$.

2.2.3 Condições de camada-limite mista

- Com $0,95 \leq (x_c/L) \leq 1$ as expressões anteriores de $\overline{C}_{f,x}$ e \overline{Nu}_x podem ser utilizadas como uma **aproximação razoável**.
- Quando $(x_c/L) \leq 0,95$ os coeficientes médios serão influenciados também pela **camada-limite turbulenta**.
- No caso de camada-limite mista:

$$\overline{h}_L = \frac{1}{L} \left(\int_0^{x_c} h_{lam} dx + \int_{x_c}^L h_{turb} dx \right) = \left(\frac{k}{L} \right) \left[0,332 \left(\frac{u_\infty}{\nu} \right)^{1/2} \int_0^{x_c} \frac{dx}{x^{1/2}} + 0,0296 \left(\frac{u_\infty}{\nu} \right)^{4/5} \int_{x_c}^L \frac{dx}{x^{1/5}} \right] \text{Pr}^{1/3}$$

- Integrando obtém-se:

$$\overline{\text{Nu}}_L = (0,037 \text{Re}_L^{4/5} - A) \text{Pr}^{1/3} \left[\begin{array}{l} 0,6 \leq \text{Pr} \leq 60 \\ \text{Re}_{x,c} \leq \text{Re}_L \leq 10^8 \end{array} \right] \quad A = 0,037 \text{Re}_{x,c}^{4/5} - 0,664 \text{Re}_{x,c}^{1/2}$$

- Coeficiente de atrito médio:

$$\overline{C}_{f,L} = \frac{1}{L} \left(\int_0^{x_c} C_{f,x,lam} dx + \int_{x_c}^L C_{f,x,turb} dx \right)$$

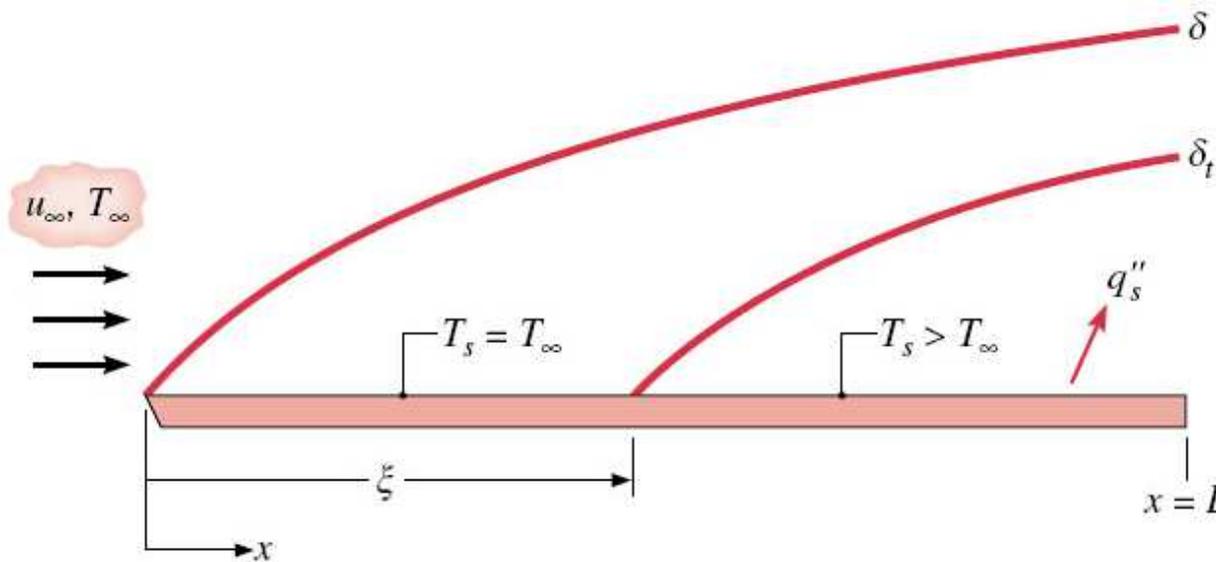
- Com $C_{f,x,lam} = 0,664 \text{Re}_x^{-1/2}$ e $C_{f,x,turb} = 0,0592 \text{Re}_x^{-1/5}$ obtém-se:

$$\overline{C}_{f,L} = 0,074 \text{Re}_L^{-1/5} - \frac{2A}{\text{Re}_L} \quad \text{Re}_{x,c} \leq \text{Re}_L \leq 10^8 \quad A = 0,037 \text{Re}_{x,c}^{4/5} - 0,664 \text{Re}_{x,c}^{1/2}$$

- Para camada-limite **completamente turbulenta**, $\text{Re}_{x,c} = 0$ e $A = 0$ (perturbação da camada-limite na aresta frontal com um arame fino ou outro promotor de turbulência). Para número de Reynolds de **transição** $\text{Re}_{x,c} = 5 \times 10^5$, $A = 871$.

2.2.4 Comprimento inicial não-aquecido

- O crescimento da camada-limite de velocidade começa em $x = 0$ enquanto o desenvolvimento da camada-limite térmica começa em $x = \xi$. Não há **transferência de calor** em $0 \leq x \leq \xi$.



- **Escoamento laminar:**
$$\text{Nu}_x = \frac{\text{Nu}_x|_{\xi=0}}{\left[1 - (\xi/x)^{3/4}\right]^{1/3}}$$
 e
$$\text{Nu}_x|_{\xi=0} = 0,332 \text{Re}_x^{1/2} \text{Pr}^{1/3}$$

- **Escoamento turbulento:**
$$\text{Nu}_x = \frac{\text{Nu}_x|_{\xi=0}}{\left[1 - (\xi/x)^{9/10}\right]^{1/9}}$$
 e
$$\text{Nu}_x|_{\xi=0} = 0,0296 \text{Re}_x^{4/5} \text{Pr}^{1/3}$$

- Ameel (1997) obteve uma expressão para o **número de Nusselt médio** em uma placa de comprimento L isotérmica com um comprimento inicial não-aquecido com escoamento laminar ou turbulento:

$$\overline{\text{Nu}}_L = \frac{\bar{h}_L L}{k} = \overline{\text{Nu}}_L|_{\xi=0} \frac{L}{L-\xi} \left[1 - (\xi/L)^{(p+1)/(p+2)}\right]^{p/(p+1)}$$

- $p = 2$ para **escoamento laminar** e $p = 8$ para **escoamento turbulento**. $\overline{\text{Nu}}_L|_{\xi=0}$ é o número de Nusselt médio quando o aquecimento se inicia na aresta frontal.

2.2.5 Placas planas com condições de fluxo térmico constante

- Para **escoamento laminar**: $Nu_x = 0,453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$ para $Pr \geq 0,6$
- Para **escoamento turbulento**: $Nu_x = 0,0308 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$ para $0,6 \leq Pr \leq 60$
- O número de Nusselt é 36% e 4% superior do que o resultado para temperatura na superfície constante para os regimes laminar e turbulento, respectivamente.
- A **temperatura superficial local** é calculada por: $T_s(x) = T_\infty + \frac{q_s''}{h_x}$
- Uma **temperatura superficial média** pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$\overline{(T_s - T_\infty)} = \frac{q_s''}{L} \int_0^L \frac{x}{kNu_x} dx$$

2.2.6 Limitações no uso dos coeficientes convectivos

- As expressões indicadas nesse capítulo são adequadas para a maioria dos cálculos de engenharia. Entretanto, **erros de até 25%** podem ser causados pelo uso dessas expressões.

2.2.7 Uma solução integral da camada-limite laminar para escoamento paralelo sobre uma placa plana

- **Abordagem alternativa aproximada** para a solução das equações da camada-limite. Proposta por von Kármán (1921) e aplicada por Pohlhausen (1921).
- É utilizada para determinar os **principais parâmetros da camada-limite**: δ , δ_t , δ_c , C_f e h .
- Será analisado escoamento paralelo laminar incompressível com propriedades constantes do fluido e dissipação viscosa desprezível sobre uma placa plana.

- As equações da camada-limite de velocidade e as condições de contorno são:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (11)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u(y=0) = 0 \\ v(y=0) = 0 \\ \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=\delta} = 0 \\ u(y=\delta) = u_\infty \\ \left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{y=0} = 0 \end{array} \right. \quad (13)$$

- Integrando a equação (11) em y ($0 \leq y \leq \delta$):

$$\int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^\delta \frac{\partial v}{\partial y} dy = 0 \Rightarrow \int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x} dy + [v]_{y=0}^{y=\delta} = 0 \Rightarrow v(y=\delta) - \underbrace{v(y=0)}_0 = - \int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x} dy$$

$$v(y = \delta) = -\int_0^{\delta} \frac{\partial u}{\partial x} dy \quad (14)$$

- Integrando a equação (12) em y ($0 \leq y \leq \delta$):

$$\int_0^{\delta} u \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^{\delta} v \frac{\partial u}{\partial y} dy = \int_0^{\delta} v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy$$

- O termo $\int_0^{\delta} v \frac{\partial u}{\partial y} dy$ pode ser **integrado por partes**, ou seja:

$$\int_0^{\delta} v \frac{\partial u}{\partial y} dy = [uv]_{y=0}^{y=\delta} - \int_0^{\delta} u \frac{\partial v}{\partial y} dy$$

- A equação acima pode ser expandida na forma:

$$\int_0^{\delta} v \frac{\partial u}{\partial y} dy = u(y = \delta)v(y = \delta) - u(y = 0)v(y = 0) - \int_0^{\delta} u \frac{\partial v}{\partial y} dy$$

- Substituindo $u(y = \delta) = u_{\infty}$ da equação (13), $v(y = \delta) = -\int_0^{\delta} \frac{\partial u}{\partial x} dy$ da equação (14), $u(y = 0) = 0$ da equação (13), $v(y = 0) = 0$ da equação (13) e $\partial v / \partial y = -\partial u / \partial x$ da equação (11) obtém-se:

$$\int_0^{\delta} v \frac{\partial u}{\partial y} dy = -u_{\infty} \int_0^{\delta} \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^{\delta} u \frac{\partial u}{\partial x} dy$$

- O termo $\int_0^{\delta} v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy$ pode ser calculado como:

$$\int_0^{\delta} \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy = \nu \int_0^{\delta} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) dy = \nu \left[\frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y=0}^{y=\delta} = \nu \left(\underbrace{\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=\delta}}_{=0} - \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \right) \Rightarrow \int_0^{\delta} \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy = -\nu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

- Assim, a **equação integral da quantidade de movimento** é reescrita como:

$$\int_0^{\delta} u \frac{\partial u}{\partial x} dy - u_{\infty} \int_0^{\delta} \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^{\delta} u \frac{\partial u}{\partial x} dy = -\nu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

- Rearranjando:

$$u_{\infty} \int_0^{\delta} \frac{\partial u}{\partial x} dy - \int_0^{\delta} 2u \frac{\partial u}{\partial x} dy = \nu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

- Na equação acima $u_\infty = \text{const.}$ e $\partial(uu)/\partial x = 2u(\partial u/\partial x)$ de tal forma que:

$$\int_0^{\delta} u_\infty \frac{\partial u}{\partial x} dy - \int_0^{\delta} \frac{\partial(uu)}{\partial x} dy = \nu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \Rightarrow \int_0^{\delta} \frac{\partial}{\partial x} (u_\infty u - uu) dy = \nu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

- Finalmente, evidenciando u e aplicando propriedade de cálculo obtém-se:

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} (u_\infty - u)u dy = \nu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (15)$$

- Do mesmo modo, a forma integral da equação da energia pode ser obtida:

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_t} (T_\infty - T)u dy = \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (16)$$

- As equações (15) e (16) satisfazem as exigências de **conservação de momento na direção x e de energia** em uma **forma integral** (média) sobre **toda a camada-limite**.
- As condições de contorno na camada-limite térmica são:

$$\left\{ \begin{array}{l} T^*(y=0) = 0 \\ \frac{\partial T^*}{\partial y} \Big|_{y=\delta_t} = 0 \\ T^*(y=\delta_t) = 1 \\ \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^2} \Big|_{y=0} = 0 \end{array} \right. \quad (18)$$

- O próximo passo consiste em aproximar o perfil de velocidade u/u_∞ por uma **expressão polinomial de 3º grau** na forma:

$$\frac{u}{U} = a_1 + a_2 \left(\frac{y}{\delta} \right) + a_3 \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 + a_4 \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \quad (19)$$

- Os coeficientes a_1, a_2, a_3 e a_4 são determinados a partir das equações (13):
- As expressões necessárias para a determinação dos coeficientes são:

$$u = u_\infty \left[a_1 + a_2 \left(\frac{y}{\delta} \right) + a_3 \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 + a_4 \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right]$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = u_\infty \left[\frac{a_2}{\delta} + \frac{2a_3}{\delta^2} y + \frac{3a_4}{\delta^3} y^2 \right]$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = u_\infty \left[\frac{2a_3}{\delta^2} + \frac{6a_4}{\delta^3} y \right]$$

- $u(y=0) = 0 \Rightarrow 0 = u_\infty \left[a_1 + a_2 \left(\frac{0}{\delta} \right) + a_3 \left(\frac{0}{\delta} \right)^2 + a_4 \left(\frac{0}{\delta} \right)^3 \right] \Rightarrow a_1 = 0$

- $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{y=0} = 0 \Rightarrow 0 = u_\infty \left[\frac{2a_3}{\delta^2} + \frac{6a_4}{\delta^3} 0 \right] \Rightarrow a_3 = 0$

- $u(y = \delta) = u_\infty \Rightarrow u_\infty = u_\infty \left[a_2 \left(\frac{\delta}{\delta} \right) + a_4 \left(\frac{\delta}{\delta} \right)^3 \right] \Rightarrow 1 = a_2 + a_4 \Rightarrow a_2 = 1 - a_4$

- $\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=\delta} = 0 \Rightarrow 0 = u_\infty \left[\frac{a_2}{\delta} + \frac{3a_4}{\delta^3} \delta^2 \right] \Rightarrow 0 = \frac{a_2}{\delta} + \frac{3a_4}{\delta} \Rightarrow a_2 = -3a_4$

- Dos dois últimos resultados, $a_2 = 3/2$ e $a_4 = -1/2$. Substituindo a_1, a_2, a_3 e a_4 na equação (19) obtém-se:

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \quad (20)$$

- O **perfil de velocidade** é então especificado em função da espessura desconhecida δ da camada-limite de velocidade. A espessura δ pode ser determinada substituindo a equação (20) na equação (15) e integrando sobre y :

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \left\{ u_{\infty} - u_{\infty} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right] \right\} \left\{ u_{\infty} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right] \right\} dy = \nu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (21)$$

- O lado direito da equação acima é calculado a partir da equação (20), ou seja:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3 u_{\infty}}{2 \delta} - \frac{3 u_{\infty}}{2} \frac{y^2}{\delta^3} \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{3 u_{\infty}}{2 \delta}$$

- Resolvendo a integral da equação (21):

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \left(u_\infty - \frac{3u_\infty}{2} \frac{y}{\delta} + \frac{u_\infty}{2} \frac{y^3}{\delta^3} \right) \left(\frac{3u_\infty}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{u_\infty}{2} \frac{y^3}{\delta^3} \right) dy = \frac{3\nu u_\infty}{2\delta}$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \left(\frac{3u_\infty^2}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{u_\infty^2}{2} \frac{y^3}{\delta^3} - \frac{9u_\infty^2}{4} \frac{y^2}{\delta^2} + \frac{3u_\infty^2}{4} \frac{y^4}{\delta^4} + \frac{3u_\infty^2}{4} \frac{y^4}{\delta^4} - \frac{u_\infty^2}{4} \frac{y^6}{\delta^6} \right) dy = \frac{3\nu u_\infty}{2\delta}$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \left(\frac{3u_\infty^2}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{9u_\infty^2}{4} \frac{y^2}{\delta^2} - \frac{u_\infty^2}{2} \frac{y^3}{\delta^3} + \frac{3u_\infty^2}{2} \frac{y^4}{\delta^4} - \frac{u_\infty^2}{4} \frac{y^6}{\delta^6} \right) dy = \frac{3\nu u_\infty}{2\delta}$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{3u_\infty^2}{4} \frac{y^2}{\delta} - \frac{3u_\infty^2}{4} \frac{y^3}{\delta^2} - \frac{u_\infty^2}{8} \frac{y^4}{\delta^3} + \frac{3u_\infty^2}{10} \frac{y^5}{\delta^4} - \frac{u_\infty^2}{28} \frac{y^7}{\delta^6} \right]_{y=0}^{y=\delta} = \frac{3\nu u_\infty}{2\delta}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{3u_\infty^2}{4} \delta - \frac{3u_\infty^2}{4} \delta - \frac{u_\infty^2}{8} \delta + \frac{3u_\infty^2}{10} \delta - \frac{u_\infty^2}{28} \delta \right) = \frac{3\nu u_\infty}{2\delta}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{-35u_{\infty}^2 \delta + 84u_{\infty}^2 \delta - 10u_{\infty}^2 \delta}{280} \right) = \frac{3 \nu u_{\infty}}{2 \delta}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{39u_{\infty}^2 \delta}{280} \right) = \frac{3 \nu u_{\infty}}{2 \delta} \quad (22)$$

- A equação (22) é uma equação diferencial de **variáveis separáveis** e pode ser integrada em x :

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{39u_{\infty}^2 \delta}{280} \right) = \frac{3 \nu u_{\infty}}{2 \delta} \Rightarrow \frac{13u_{\infty}}{140} \frac{d\delta}{dx} = \frac{\nu}{\delta} \Rightarrow \delta \frac{d\delta}{dx} = \frac{140\nu}{13u_{\infty}} \Rightarrow \int \delta d\delta = \int \frac{140\nu}{13u_{\infty}} dx$$

- Assim:

$$\frac{\delta^2}{2} = \frac{140\nu}{13u_\infty} x + c$$

- A constante c pode ser determinada sabendo que $\delta(x=0) = 0$. Assim, $c = 0$.

$$\delta^2 = \frac{280\nu}{13u_\infty} x \Rightarrow \delta = 4,64 \left(\frac{\nu x}{u_\infty} \right)^{1/2} \Rightarrow \delta = 4,64 \left(\frac{\nu x x}{u_\infty x} \right)^{1/2} \Rightarrow \delta = 4,64 \left(\frac{\nu x^2}{u_\infty x} \right)^{1/2}$$

- $Re_x = Ux/\nu$ de tal maneira que a espessura da camada limite é calculada como:

$$\delta = \frac{4,64x}{\sqrt{Re_x}}$$

- O **coeficiente de atrito local** é calculado como:

$$C_{f,x} = \frac{\tau_{s,x}}{\frac{1}{2} \rho u_\infty^2} = \frac{\mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0}}{\frac{1}{2} \rho u_\infty^2} = \frac{\mu \frac{3 u_\infty}{2 \delta}}{\frac{1}{2} \rho u_\infty^2} = \frac{3 \nu}{\delta u_\infty} = \frac{3 \nu}{\frac{4,64 x}{\sqrt{\text{Re}_x}} u_\infty} = \frac{3}{4,64} \frac{\nu}{u_\infty x} \sqrt{\text{Re}_x} = \frac{0,647}{\sqrt{\text{Re}_x}}$$

- De forma semelhante, podemos admitir um **perfil de temperatura** na forma:

$$T^* = \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = b_1 + b_2 \left(\frac{y}{\delta_t} \right) + b_3 \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^2 + b_4 \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^3 \quad (23)$$

- Os coeficientes b_1, b_2, b_3 e b_4 são determinados a partir das equações (18):
- As expressões necessárias para a determinação dos coeficientes b_1, b_2, b_3 e b_4 são:

$$T^* = b_1 + b_2 \left(\frac{y}{\delta_t} \right) + b_3 \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^2 + b_4 \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^3 \quad \frac{\partial T^*}{\partial y} = \frac{b_2}{\delta_t} + \frac{2b_3}{\delta_t^2} y + \frac{3b_4}{\delta_t^3} y^2 \quad \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^2} = \frac{2b_3}{\delta_t^2} + \frac{6b_4}{\delta_t^3} y$$

- $T^*(y=0) = 0 \Rightarrow 0 = b_1 + b_2 \left(\frac{0}{\delta_t} \right) + b_3 \left(\frac{0}{\delta_t} \right)^2 + b_4 \left(\frac{0}{\delta_t} \right)^3 \Rightarrow b_1 = 0$

- $\left. \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^2} \right|_{y=0} = 0 \Rightarrow 0 = \frac{2b_3}{\delta_t^2} + \frac{6b_4}{\delta_t^3} 0 \Rightarrow b_3 = 0$

- $T^*(y = \delta_t) = 1 \Rightarrow 1 = b_2 \left(\frac{\delta_t}{\delta_t} \right) + b_4 \left(\frac{\delta_t}{\delta_t} \right)^3 \Rightarrow 1 = b_2 + b_4 \Rightarrow b_2 = 1 - b_4$

- $\left. \frac{\partial T^*}{\partial y} \right|_{y=\delta_t} = 0 \Rightarrow 0 = \frac{b_2}{\delta_t} + \frac{3b_4}{\delta_t^3} \delta_t^2 \Rightarrow 0 = \frac{b_2}{\delta_t} + \frac{3b_4}{\delta_t} \Rightarrow b_2 = -3b_4$

- Dos dois últimos resultados, $b_2 = 3/2$ e $b_4 = -1/2$. Substituindo b_1, b_2, b_3 e b_4 na equação (23) obtém-se:

$$T^* = \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^3 \quad (24)$$

- O **perfil de temperatura** é então especificado em função da espessura desconhecida δ_t da camada-limite térmica. A espessura δ_t pode ser determinada substituindo as equações (20) e (24) na equação (16) e integrando sobre y :

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_t} (T_\infty - T) \left\{ u_\infty \left[\frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right] \right\} dy = \alpha \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$$

- O termo $(T_\infty - T)$ pode ser reescrito como:

$$T_\infty - T = T_\infty - [T^*(T_\infty - T_s) + T_s] = (T_\infty - T_s) - T^*(T_\infty - T_s) = (T_\infty - T_s)(1 - T^*)$$

$$T_\infty - T = (T_\infty - T_s) \left\{ 1 - \left[\frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^3 \right] \right\} = (T_\infty - T_s) \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^3 \right]$$

- Dessa forma obtém-se:

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_t} (T_\infty - T_s) \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^3 \right] \left\{ u_\infty \left[\frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right] \right\} dy = \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (25)$$

- O lado direito da equação acima é calculado a partir da equação (24), ou seja:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = (T_\infty - T_s) \frac{\partial T^*}{\partial y} = (T_\infty - T_s) \left(\frac{3}{2\delta_t} - \frac{3y^2}{2\delta_t^3} \right) \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = (T_\infty - T_s) \frac{3}{2\delta_t}$$

- Resolvendo a integral da equação (25) obtém-se:

$$u_{\infty}(T_{\infty} - T_s) \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_t} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^3 \right] \left[\frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right] dy = (T_{\infty} - T_s) \frac{3\alpha}{2\delta_t}$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_t} \left(\frac{3y}{2\delta} - \frac{9y^2}{4\delta\delta_t} - \frac{1y^3}{2\delta^3} + \frac{3y^4}{4\delta^3\delta_t} + \frac{3y^4}{4\delta\delta_t^3} - \frac{1y^6}{4\delta^3\delta_t^3} \right) dy = \frac{3\alpha}{2u_{\infty}\delta_t}$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{3y^2}{4\delta} - \frac{3y^3}{4\delta\delta_t} - \frac{1y^4}{8\delta^3} + \frac{3y^5}{20\delta^3\delta_t} + \frac{3y^5}{20\delta\delta_t^3} - \frac{1y^7}{28\delta^3\delta_t^3} \right]_{y=0}^{y=\delta_t} = \frac{3\alpha}{2u_{\infty}\delta_t}$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{3\delta_t^2}{4\delta} - \frac{3\delta_t^2}{4\delta} - \frac{1\delta_t^4}{8\delta^3} + \frac{3\delta_t^4}{20\delta^3} + \frac{3\delta_t^2}{20\delta} - \frac{1\delta_t^4}{28\delta^3} \right] = \frac{3\alpha}{2u_{\infty}\delta_t}$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{3}{20} \frac{\delta_t^2}{\delta} - \frac{3}{280} \frac{\delta_t^4}{\delta^3} \right] = \frac{3\alpha}{2u_\infty \delta_t} \Rightarrow \frac{d}{dx} \left[\frac{3}{20} \frac{\delta_t^2}{\delta} \left(1 - \frac{1}{14} \frac{\delta_t^2}{\delta^2} \right) \right] = \frac{3\alpha}{2u_\infty \delta_t}$$

- Simplificando a última equação e fazendo $\delta_t/\delta = R$ obtém-se:

$$\frac{d}{dx} \left[R^2 \delta \left(1 - \frac{R^2}{14} \right) \right] = \frac{10\alpha}{u_\infty R \delta}$$

- Se $Pr \geq 1$, ou seja, $\delta > \delta_t$, $R < 1$ e o termo $1 - R^2/14$ pode ser desprezado. Assim:

$$\frac{d}{dx} (R^2 \delta) = \frac{10\alpha}{u_\infty R \delta} \Rightarrow \frac{d}{dx} (RR\delta) = \frac{10\alpha}{u_\infty R \delta} \Rightarrow 2R\delta \frac{dR}{dx} + R^2 \frac{d\delta}{dx} = \frac{10\alpha}{u_\infty R \delta}$$

- Rearranjando obtém-se:

$$2R^2 \delta^2 \frac{dR}{dx} + R^3 \delta \frac{d\delta}{dx} = \frac{10\alpha}{u_\infty}$$

- Substituindo a expressão $\delta = \frac{4,64x}{\sqrt{\text{Re}_x}} = 4,64 \left(\frac{\nu}{u_\infty} \right)^{1/2} x^{1/2}$ na equação acima obtém-se:

$$2R^2 \left[4,64 \left(\frac{\nu}{u_\infty} \right)^{1/2} x^{1/2} \right]^2 \frac{dR}{dx} + R^3 \left[4,64 \left(\frac{\nu}{u_\infty} \right)^{1/2} x^{1/2} \right] \frac{d}{dx} \left[4,64 \left(\frac{\nu}{u_\infty} \right)^{1/2} x^{1/2} \right] = \frac{10\alpha}{u_\infty}$$

- Simplificando obtém-se:

$$\frac{dR}{dx} + \frac{R}{4x} = \frac{1}{4,31xR^2 \text{Pr}}$$

- Resolvendo a equação diferencial acima pelo método do fator integrante obtém-se:

$$R = 0,928R^{-2} \text{Pr}^{-1} + cx^{-1/4} \Rightarrow \left(\frac{\delta_t}{\delta}\right) = 0,928 \left(\frac{\delta_t}{\delta}\right)^{-2} \text{Pr}^{-1} + cx^{-1/4}$$

- A constante c pode ser determinada sabendo que $\delta_t(x=0) = 0$. Assim, $c = 0$.
- Dessa forma, obtém-se a seguinte **relação entre as espessuras das camadas-limite térmica e de velocidade**:

$$\frac{\delta_t}{\delta} = \frac{\text{Pr}^{-1/3}}{1,026}$$

- O coeficiente local de transferência de calor por convecção é calculado como:

$$h_x = \frac{-k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty} = \frac{-k(T_\infty - T_s) \frac{3}{2\delta_t}}{T_s - T_\infty} = \frac{3k}{2\delta_t}$$

- Substituindo $\delta_t = \delta \frac{\text{Pr}^{-1/3}}{1,026}$ e $\delta = \frac{4,64x}{\sqrt{\text{Re}_x}}$ na equação acima e rearranjando obtém-se:

$$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0,332 \text{Re}_x^{1/2} \text{Pr}^{1/3} \quad (26)$$

2.3 METODOLOGIA PARA CÁLCULOS DE CONVECÇÃO

1. Reconhecer a geometria do escoamento
2. Especifique a temperatura de referência apropriada e determine as propriedades do fluido pertinentes naquela temperatura.
3. Calcule o número de Reynolds.
4. Decida se um coeficiente local ou um coeficiente médio na superfície é necessário.
5. Selecione a correlação apropriada.