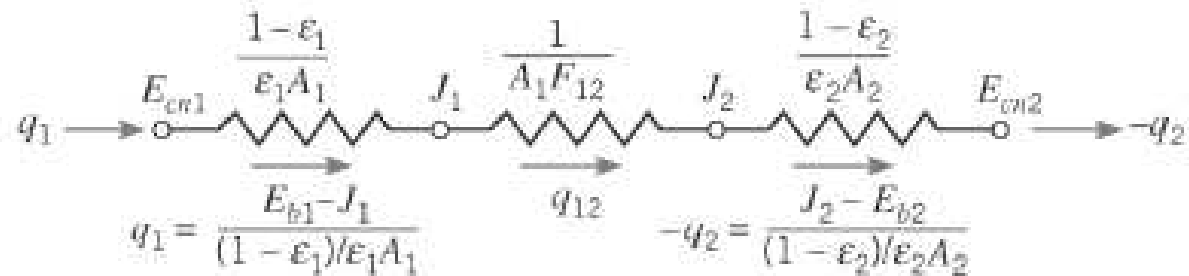
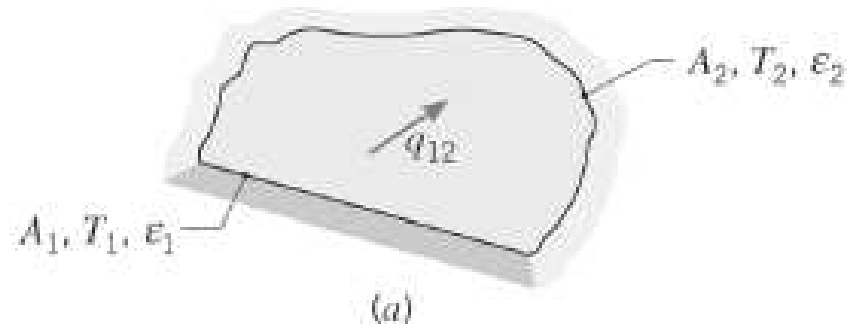


13.3.3-A Cavity com Duas Superfícies

- O exemplo mais simples de cavidade é aquele que envolve duas superfícies que trocam radiação entre si.



- A taxa líquida de radiação da superfície 1, q_1 , deve ser a taxa líquida de radiação para a superfície 2, $-q_2$, e as duas grandezas devem ser iguais à taxa líquida na qual radiação é trocada entre 1 e 2:

$$q_1 = -q_2 = q_{12}$$

- Uma das formas de se avaliar q_{12} consiste na utilização sequencial das expressões:

$$\frac{E_{cni} - J_i}{(1 - \varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i} = \sum_{j=1}^N \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}} \quad q_i = \frac{E_{cni} - J_i}{(1 - \varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i}$$

- Entretanto, uma abordagem alternativa simplificada, baseada na rede de radiação, pode ser utilizada nesse caso.

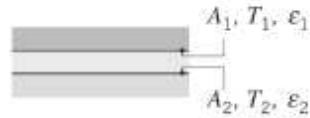
- A resistência total à troca de radiação entre as superfícies 1 e 2 é composta pelas **duas resistências superficiais e pela resistência espacial**.

$$q_{12} = q_1 = -q_2 = \frac{E_{cn,1} - E_{cn,2}}{R_{sup,1} + R_{espacial} + R_{sup,2}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

- O resultado acima pode ser utilizado para quaisquer **duas superfícies cinzas e difusas que formem uma cavidade**. Alguns casos de interesse estão mostrados na TABELA abaixo:

TABELA 13.3 Cavernas particulares com duas superfícies cinzas e difusas

Grandes Planos Paralelos (Infinitos)

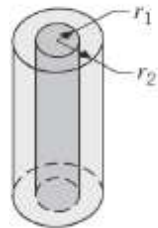


$$A_1 = A_2 = A$$

$$F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (13.24)$$

Longos Cilindros Concêntricos (Infinitos)

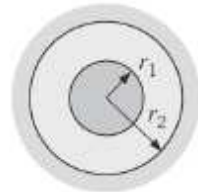


$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \quad (13.25)$$

Esferas Concêntricas

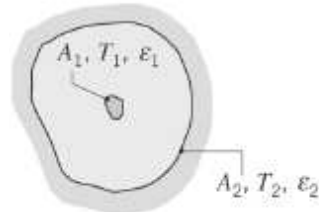


$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \quad (13.26)$$

Pequeno Objeto Convexo em uma Grande Caverna



$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0$$

$$F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \sigma A_1 \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4) \quad (13.27)$$

- EQUAÇÃO 13.24, com $A_1 = A_2 = A$ e $F_{12} = 1$ de forma que:

$$\begin{aligned}
 q_{12} &= \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A} + \frac{1}{A} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}} \\
 &= \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{\varepsilon_2(1-\varepsilon_1) + \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_1(1-\varepsilon_2)}{\varepsilon_1\varepsilon_2}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1 - \varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1\varepsilon_2}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1\varepsilon_2} + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1\varepsilon_2} - \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1\varepsilon_2}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}
 \end{aligned}$$

- EQUAÇÃO 13.25, com $A_1 = 2\pi r_1 L$, $A_2 = 2\pi r_2 L$ e $F_{12} = 1$ de forma que:

$$q_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{A_1} \left[\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 (A_2/A_1)} \right]}$$

$$= \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\left[\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 (2\pi r_1 L / 2\pi r_2 L)} \right]} = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\left[\frac{1 - \varepsilon_1 + \varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 (r_1 / r_2)} \right]} = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)}$$

- EQUAÇÃO 13.26, com $A_1 = 4\pi r_1^2$, $A_2 = 4\pi r_2^2$ e $F_{12} = 1$ de forma que:

$$q_{12} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{A_1} \left[\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 (A_2 / A_1)} \right]}$$

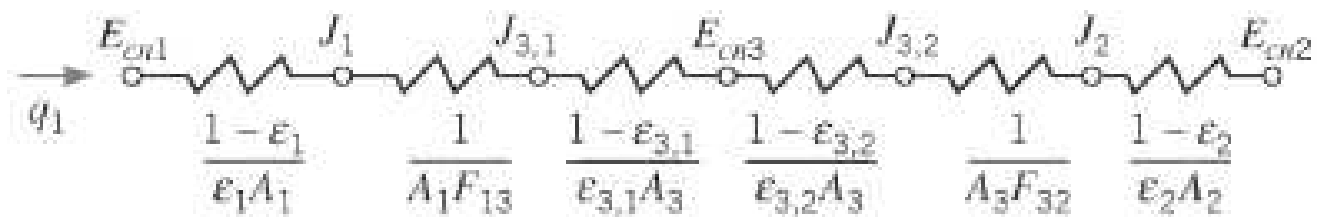
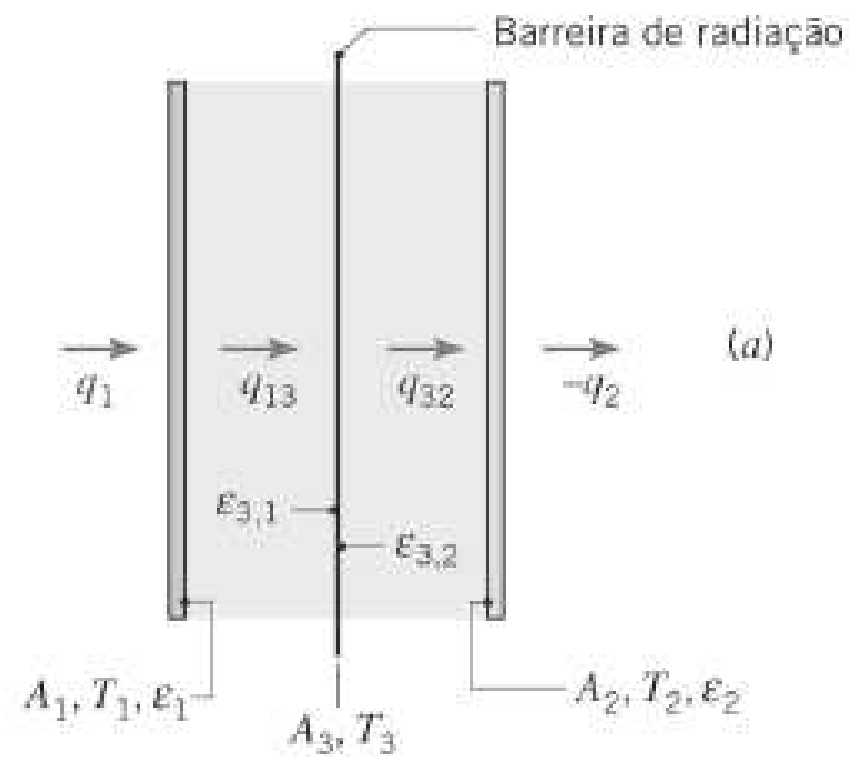
$$= \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\left[\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 (4\pi r_1^2 / 4\pi r_2^2)} \right]} = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\left[\frac{1 - \varepsilon_1 + \varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 (r_1^2 / r_2^2)} \right]} = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2}$$

- EQUAÇÃO 13.27, com $A_1 \rightarrow 0$, $A_2 \rightarrow \infty$ e $F_{12} = 1$ de forma que:

$$\begin{aligned}
 q_{12} &= \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{A_1} \left[\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 (A_2/A_1)} \right]} \\
 &= \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{A_1} \left[\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 (A_2/A_1)} \right]} = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2} \underbrace{\left(\frac{A_1}{A_2} \right)}_{\rightarrow 0}} = \sigma A_1 \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)
 \end{aligned}$$

13.3.4-Barreiras de Radiação

- São superfícies construídas de material de baixa emissividade (alta refletividade) utilizadas para reduzir a transferência radiante líquida entre duas superfícies.



- Sem a barreira de radiação e considerando que as superfícies 1 e 2 são planos paralelos infinitos, a troca líquida de radiação entre 1 e 2 pode ser calculada pela Eq. (13.24) da Tab. (13.3):

$$q_{12} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

- Com a barreira de radiação, surgem resistências adicionais e a taxa de transferência de calor é reduzida (verificar figura).

$$q_{12} = \frac{E_{cn,1} - E_{cn,2}}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{13}} + \frac{1 - \varepsilon_{3,1}}{\varepsilon_{3,1} A_3} + \frac{1 - \varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{3,2} A_3} + \frac{1}{A_3 F_{32}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

- Somando as resistências, sabendo que $F_{13} = F_{32} = 1$ e que $A_1 = A_2 = A_3$ obtém-se:

$$q_{12} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{1 - \varepsilon_{3,1}}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1 - \varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{3,2}} + 1 + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2}}$$

$$= \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{\varepsilon_2 (1 - \varepsilon_1) + \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_1 (1 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} + \frac{1 - \varepsilon_{3,1}}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1 - \varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{3,2}}} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{1 - \varepsilon_{3,1}}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1 - \varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{3,2}}}$$

- Nota-se que quando $\varepsilon_{3,1}$ e $\varepsilon_{3,2}$ são muito baixas as resistências associadas à barreira de radiação tornam-se muito grandes.

- A expressão anterior permite calcular q_{12} se T_1 e T_2 forem conhecidas.
- Conhecido q_{12} e sabendo que $q_{12} = q_{13} = q_{32}$, o valor de T_3 pode ser calculado utilizando a Eq. (13.24) para q_{13} ou q_{32} .
- O procedimento anterior pode ser facilmente estendido para problemas com múltiplas barreiras de radiação. No caso especial em que as emissividades são iguais, pode ser mostrado para N barreiras que:

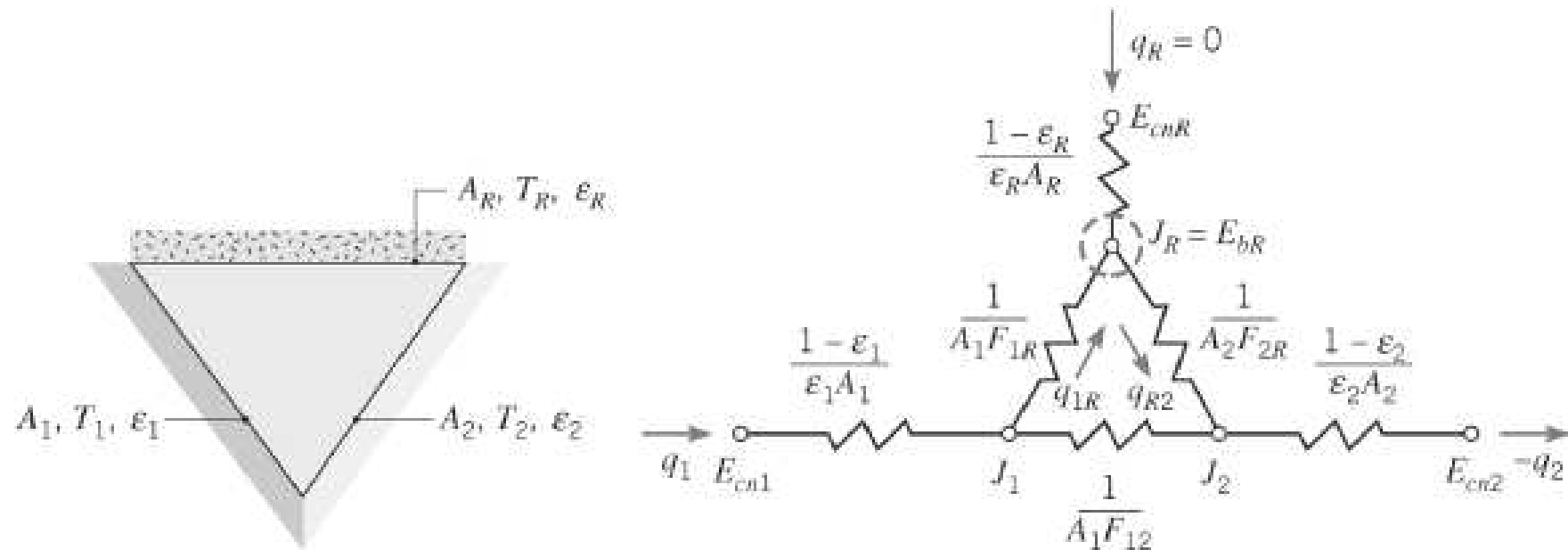
$$(q_{12})_N = \frac{1}{N+1} (q_{12})_0$$

- $(q_{12})_0$ é a taxa de transferência por radiação na ausência de barreiras ($N = 0$).

13.3.5-A Superfície Rerradiante

- É caracterizada por **transferência radiante líquida nula** ($q_i = 0$).
- É uma boa aproximação para superfícies reais **isoladas de um lado** e com efeitos convectivos desprezíveis do outro lado.
- Das Eqs. $q_i = A_i(J_i - G_i)$ e $q_i = \frac{E_{cni} - J_i}{(1 - \varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i}$ segue que $G = J_i = E_{cni}$.
- Assim, se a radiosidade de uma superfície rarradiante for conhecida, sua **temperatura é facilmente determinada**.

- Essa temperatura é independente da emissividade da superfície rerradiante.



- Assim, $q_R = 0$ e $q_1 = -q_2$

- A rede resultante é um **arranjo simples série-paralelo**.

$$q_1 = -q_2 = \frac{E_{cn1} - E_{cn2}}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12} + [(1/A_1 F_{1R}) + (1/A_2 F_{2R})]^{-1}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

- Pode-se aplicar $q_i = \frac{E_{cni} - J_i}{(1 - \varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i}$ nas superfícies 1 e 2 para se determinar J_1 e J_2 .

- Conhecendo-se J_1 , J_2 e as resistências espaciais, a radiosidade da superfície rerradiante J_R pode ser determinada a partir de um balanço de radiação, ou seja:

$$\frac{J_1 - J_R}{(1/A_1 F_{1R})} - \frac{J_R - J_2}{(1/A_2 F_{2R})} = 0$$

- A **temperatura** da superfície rerradiante pode ser calculada por $\sigma T_R^4 = J_R$.