

FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU
UNESP
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

PEM 00141 – RADIAÇÃO TÉRMICA

PROF. DR. SANTIAGO DEL RIO OLIVEIRA

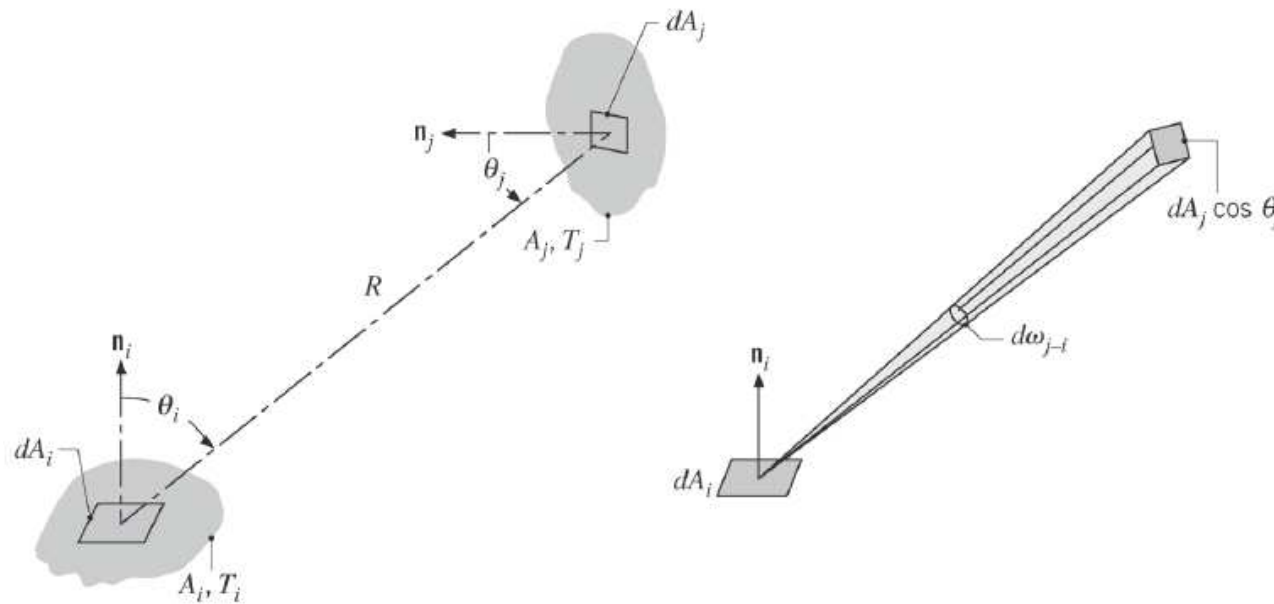
- Serão analisados agora processos radiantes entre **duas ou mais superfícies**.
- Essa transferência depende fortemente das **geometrias** e **orientações** das superfícies, assim como de suas **propriedades radiantes** e **temperaturas**.
- Admitiremos inicialmente que as superfícies estão separadas por um **meio não-participante** (este meio não emite, nem absorve nem espalha a radiação).
- O **vácuo** satisfaz essa exigência de **forma exata** e a maioria dos **gases** satisfaz essa exigência com uma **excelente aproximação**.

- O primeiro objetivo aqui é estabelecer as **características geométricas** do problema de transferência de calor radiante utilizando o conceito de **fator de forma**.
- O segundo objetivo é prever a transferência radiante entre superfícies que formam um **ambiente fechado**.
- Nossa formulação terá as seguintes limitações:
 1. **Superfícies opacas.**
 2. **Superfícies difusas.**
 3. **Superfícies cinzas.**
- Finalmente, será dada uma idéia da troca radiante com meio participante (um gás).

13.1-O FATOR DE FORMA (ou de configuração, de visão ou de vista)

13.1-A integral do fator de forma

- F_{ij} : é a fração da radiação que deixa a superfície i e é interceptada pela superfície j .



- A taxa na qual a radiação deixa dA_i e é interceptada por dA_j pode ser determinada utilizando o conceito de **intensidade de radiação**:

$$dq_{i \rightarrow j} = I_{e+r,i} \cos \theta_i dA_i d\omega_{j-i}$$

- $I_{e+r,i}$ é a intensidade da radiação que deixa a superfície i , por **emissão** e **reflexão** e $d\omega_{j-i}$ é o ângulo sólido subentendido por dA_j quando visto de dA_i . Da **definição** de $d\omega_{j-i}$:

$$d\omega_{j-i} = \frac{dA_j \cos \theta_j}{R^2}$$

- Combinando as expressões de $dq_{i \rightarrow j}$ e $d\omega_{j \rightarrow i}$ obtém-se:

$$dq_{i \rightarrow j} = I_{e+r,i} \cos \theta_i dA_i \frac{dA_j \cos \theta_j}{R^2} = I_{e+r,i} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{R^2} dA_i dA_j$$

- Considerando que i **emite e reflete de forma difusa**, $J = \pi I_{e+r}$, de forma que:

$$dq_{i \rightarrow j} = J_i \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j$$

- A taxa total na qual a radiação deixa a superfície i e é interceptada por j pode ser obtida pela **integração sobre as superfícies**, onde, considerando J_i uniforme ao longo de A_i :

$$q_{i \rightarrow j} = J_i \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j$$

- Da **definição do fator de forma**:

$$F_{ij} = \frac{q_{i \rightarrow j}}{A_i J_i} = \frac{J_i \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j}{A_i J_i} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j \quad (*)$$

- De maneira análoga, o fator de forma F_{ji} é definido como a fração da radiação que deixa dA_j e é interceptada por dA_i :

$$F_{ji} = \frac{q_{j \rightarrow i}}{A_j J_j} = \frac{J_j \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j}{A_j J_j} = \frac{1}{A_j} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j \quad (**)$$

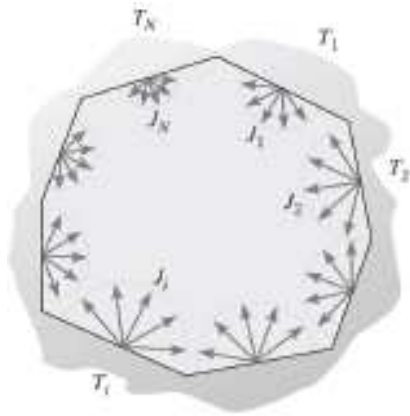
- AS EQS (*) E (**) PODEM SER UTILIZADAS PARA SUPERFÍCIES EMISSORAS E REFLETORAS DIFUSAS E COM RADIOSIDADES UNIFORMES.

13.1.2-Relações do Fator de Forma

- Igualando as integrais das expressões (*) e (**) obtém-se:

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad (\text{relação de reciprocidade})$$

- Regra da soma para cavidades fechadas: $\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1$



$F_{ii} \neq 0$ para superfície côncava

$F_{ii} = 0$ para superfície convexa e plana

- Essa regra é uma consequência da **conservação da energia** que estabelece que toda a radiação que deixa a superfície i deve ser interceptada pelas superfícies da cavidade.
- Para uma cavidade com N superfícies são necessários N^2 fatores de forma.

- Por exemplo, para uma **cavidade triangular** ($N = 3$):

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} \quad (9 \text{ fatores de forma})$$

- Esses 9 fatores de forma podem ser obtidas da seguinte forma:

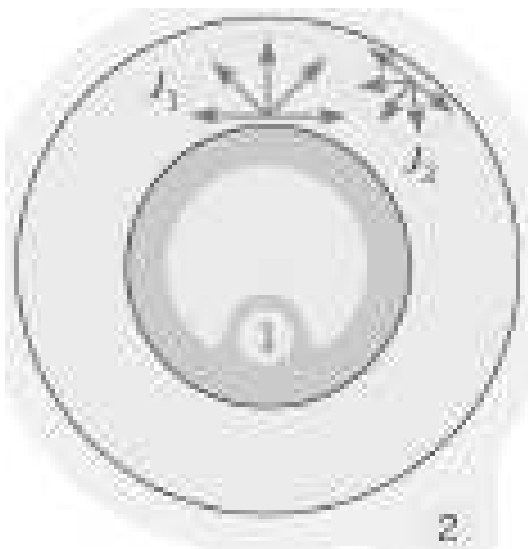
3 PELA REGRA DA SOMA, 3 PELA RECIPROCIDADE, 3 DIRETAMENTE

- Utilizando N tem-se então que:

N equações obtidas pela regra da soma, $\frac{N(N-1)}{2}$ equações obtidas pela reciprocidade

$\frac{N(N-1)}{2}$ equações obtidas diretamente

- Por exemplo:



$N = 2 \Rightarrow N^2 = 4$ fatores de forma

$$F_{11} + F_{12} = 1 \text{ (soma)}$$

$$F_{21} + F_{22} = 1 \text{ (soma)}$$

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \text{ (reciprocidade)}$$

$$F_{12} = 1 \text{ (observação)}$$

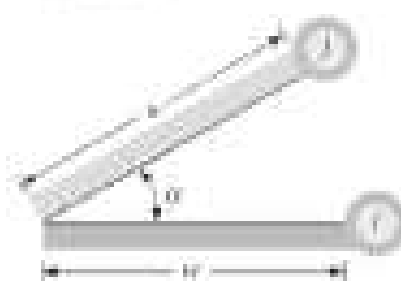
$$F_{11} = 0 \text{ (observação)}$$

Assim:

$$F_{21} = \frac{A_1}{A_2} \text{ e } F_{22} = 1 - \left(\frac{A_1}{A_2} \right)$$

- Para geometrias mais complicadas, o fator de forma pode ser determinado pela **solução da integral dupla** das Eqs. (*) e (**).
- Tais soluções foram obtidas para diversas configurações e estão disponíveis na forma de **equações, gráficos e tabelas**.
- As figuras abaixo mostram alguns fatores de forma para **geometrias bidimensionais e tridimensionais**.
- Uma coletânea bastante completa de fatores de forma pode ser vista na página:
<http://www.thermalradiation.net>

TABELA 13.1 Fatores de forma para geometrias bidimensionais [4]

Geometria	Relação
Placas Paralelas com Linhas Centrais Conectadas por uma Perpendicular 	$F_v = \frac{[(W_1 + W_2)^2 + 4]^{1/2} - [(W_1 - W_2)^2 + 4]^{1/2}}{2W_1}$ $W_1 = w_1/L_1, W_2 = w_2/L_2$
Placas Planas Inclinadas com Igual Largura e uma Aresta Comum 	$F_v = 1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

Placas Perpendiculares com uma Aresta Comum



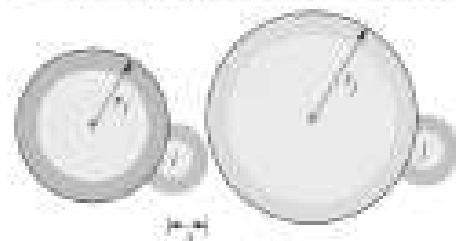
$$F_d = \frac{1 + (w/w_2) + [1 + (w/w_2)^2]^{0.5}}{2} w_2$$

Cavidade com Três Lados



$$F_d = \frac{w_1 + w_2 + w_3}{2w_1}$$

Cilindros Paralelos com Raios Diferentes



$$F_d = \frac{1}{2\pi} \left[\pi + [C^2 - (R + r)^2]^{0.5} \right. \\ \left. - [C^2 - (R - r)^2]^{0.5} \right. \\ \left. + (R - r) \cos^{-1} \left[\left(\frac{R}{C} \right) + \left(\frac{r}{C} \right) \right] \right. \\ \left. - (R + r) \cos^{-1} \left[\left(\frac{R}{C} \right) + \left(\frac{r}{C} \right) \right] \right]$$

$$R = r/r_2, S = w/r_2$$

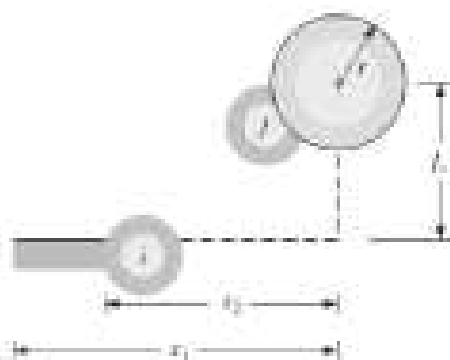
$$C = 1 + R + S$$

TABELA 13.1 Fatores de forma para geometrias bidimensionais [4] (Continuação)

Geometria

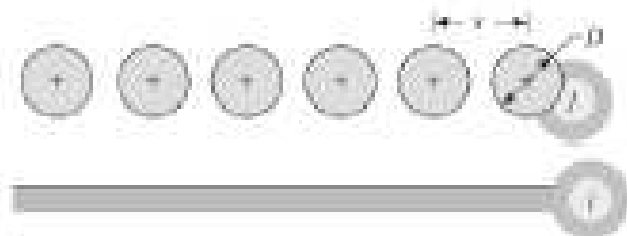
Relação

Cilindro e Retângulo Paralelos



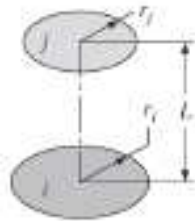
$$F_Q = \frac{r}{x_1 - x_2} \left[\tan^{-1} \frac{x_1}{L} - \tan^{-1} \frac{x_2}{L} \right]$$

Placa Infinita e Linha de Cilindros



$$F_Q = 1 - \left[1 - \left(\frac{D}{s} \right)^2 \right]^{1/2} + \left(\frac{D}{r} \right) \tan^{-1} \left[\left(\frac{r^2 - D^2}{D^2} \right)^{1/2} \right]$$

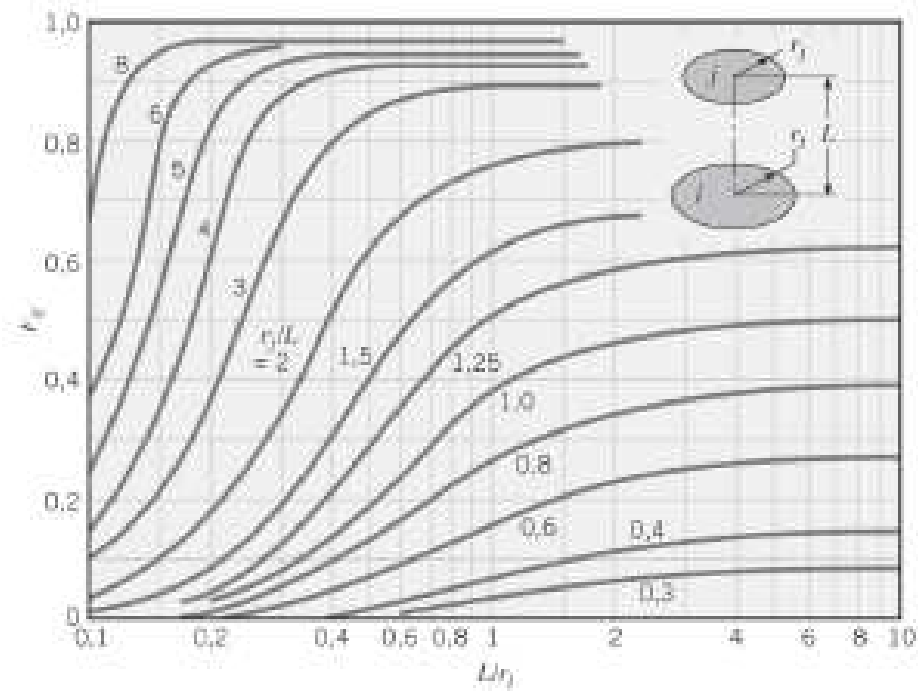
Discos Paralelos Coaxiais
(Figura 13.5)



$$R_i = r_i/L, R_j = r_j/L$$

$$S = 1 + \frac{1 + R_i^2}{R_j^2}$$

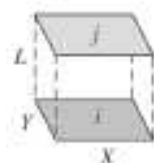
$$F_{\bar{e}} = \frac{1}{2} \{ S - [S^2 - 4(r_j/r_i)^2]^{1/2} \}$$



Geometria

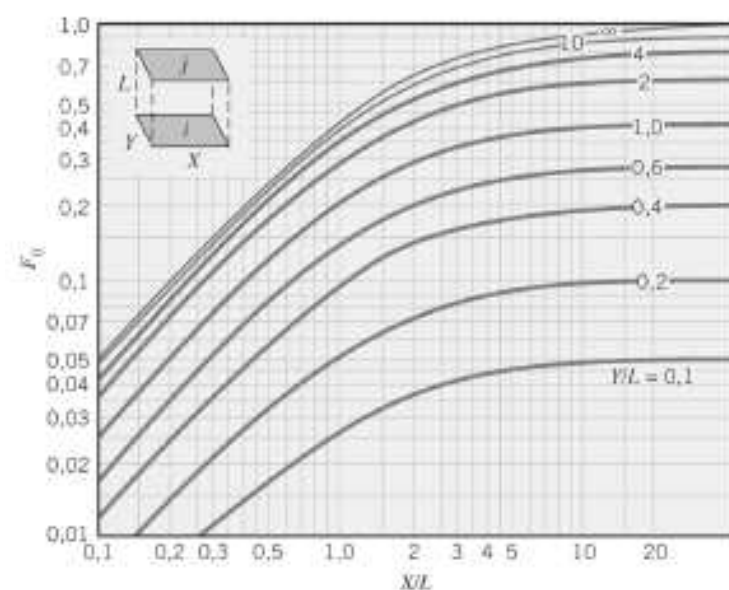
Relação

Retângulos Paralelos Alinhados (Figura 13.4)

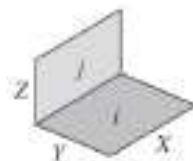


$$\bar{X} = X/L, \bar{Y} = Y/L$$

$$F_0 = \frac{2}{\pi \bar{X} \bar{Y}} \left\{ \ln \left[\frac{(1 + \bar{X}^2)(1 + \bar{Y}^2)}{1 + \bar{X}^2 + \bar{Y}^2} \right]^{1/2} + \bar{X}(1 + \bar{Y}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{X}}{(1 + \bar{Y}^2)^{1/2}} + \bar{Y}(1 + \bar{X}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{Y}}{(1 + \bar{X}^2)^{1/2}} - \bar{X} \tan^{-1} \bar{X} - \bar{Y} \tan^{-1} \bar{Y} \right\}$$

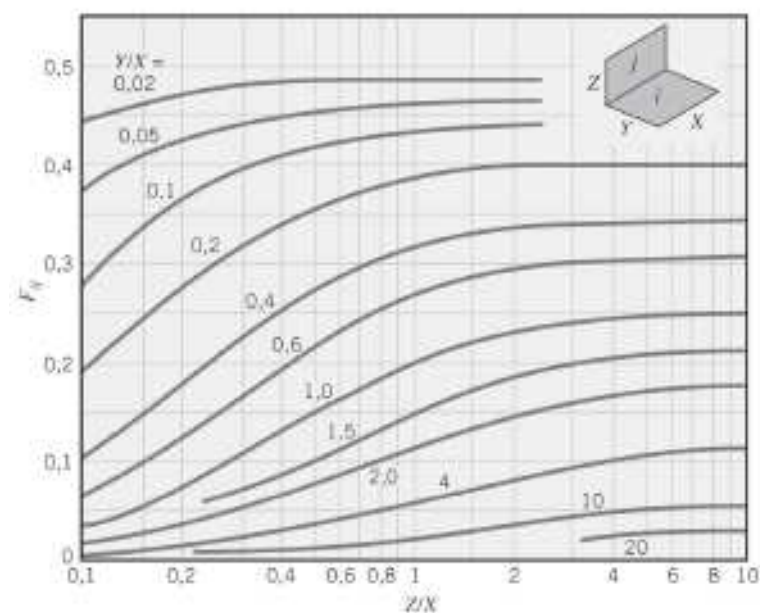


Retângulos Perpendiculares com uma Aresta Comum
(Figura 13.6)

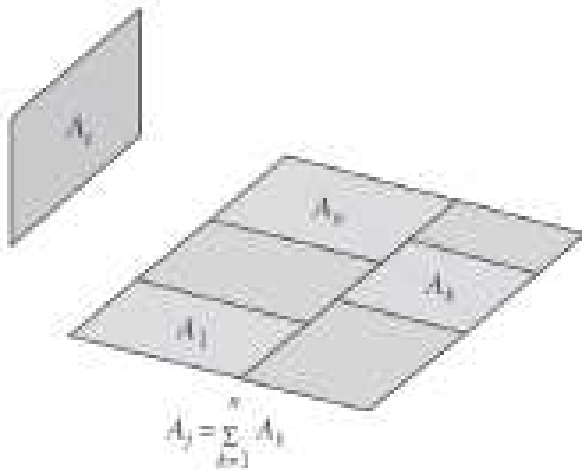


$$H = Z/X, W = Y/X$$

$$F_{\psi} = \frac{1}{\pi W} \left(W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} - (H^2 + W^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{1}{(H^2 + W^2)^{1/2}} + \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{(1 + W^2)(1 + H^2)}{1 + W^2 + H^2} \left[\frac{W^2(1 + W^2 + H^2)}{(1 + W^2)(W^2 + H^2)} \right]^{W^2} \times \left[\frac{H^2(1 + H^2 + W^2)}{(1 + H^2)(H^2 + W^2)} \right]^{H^2} \right\} \right)$$



- Das duas últimas figuras podem ser desenvolvidas **duas relações adicionais** para F_{ij} :
- Considerando a radiação da superfície i para a superfície j , que pode ser **subdividida em n componentes**, fica evidente que:



$$F_{i(j)} = \sum_{k=1}^n F_{ik} \quad (j = 1, 2, \dots, k, \dots, n)$$

- Essa expressão enuncia que a radiação que atinge uma superfície composta é a soma da radiação que atinge as suas partes.

- Embora ele tenha sido obtida para a **subdivisão da superfície receptora**, essa expressão também pode ser utilizada para a **subdivisão da superfície de origem** da radiação:

$$F_{i(j)} = F_{i1} + F_{i2} + \dots + F_{ik} + \dots + F_{in} \quad (\times A_i)$$

$$A_i F_{i(j)} = A_i F_{i1} + A_i F_{i2} + \dots + A_i F_{ik} + \dots + A_i F_{in} \quad (\text{aplicando } A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \text{ em cada termo})$$

$$A_j F_{j(i)} = A_j F_{1i} + A_j F_{2i} + \dots + A_j F_{ki} + \dots + A_j F_{ni} \quad (\text{rearranjando os termos})$$

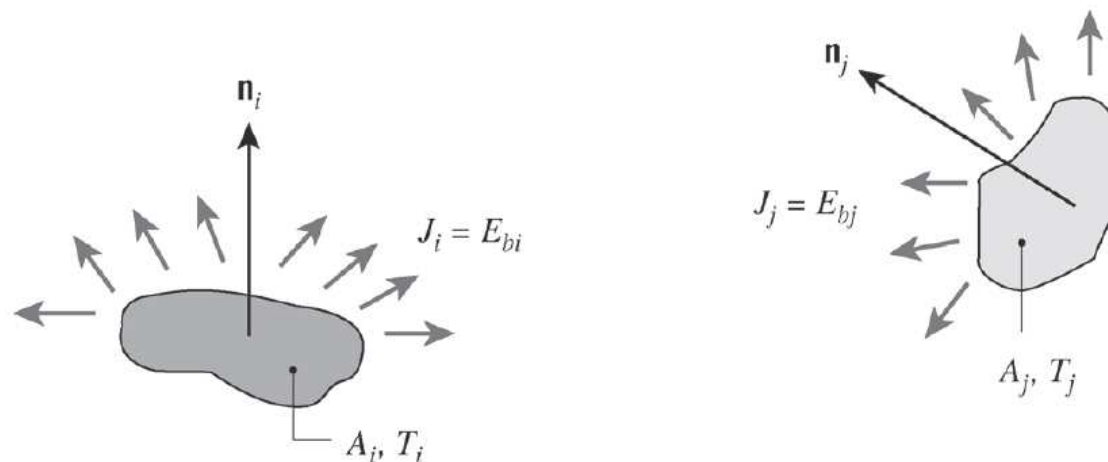
$$A_j F_{j(i)} = \sum_{k=1}^n A_k F_{ki} \quad (k = 1, 2, \dots, j, \dots, n)$$

$$\text{ou } F_{j(i)} = \frac{\sum_{k=1}^n A_k F_{ki}}{\sum_{k=1}^n A_k}$$

13.2-TROCA DE RADIAÇÃO ENTRE CORPOS NEGROS

- Em geral, a radiação pode deixar uma superfície em função tanto da **reflexão** quanto da **emissão**.
- Ao atingir uma segunda superfície, é **refletida** assim como **absorvida**.
- Para **superfícies idealizadas como corpos negros**, a análise é simplificada uma vez que **não há reflexão**.
- Nesse caso, a energia deixa a superfície somente da **emissão** e toda a radiação incidente é **absorvida**.

- Seja a troca radiante entre duas superfícies negras arbitrárias:



- Utilizando a definição do fator de forma, pode-se escrever uma expressão para a **taxa** na qual a radiação deixa a superfície *i* e é interceptada pela superfície *j*:

$$F_{ij} = \frac{q_{i \rightarrow j}}{(A_i J_i)} \Rightarrow q_{i \rightarrow j} = (A_i J_i) F_{ij}$$

- Mas para um corpo negro, a **radiosidade é igual ao poder emissivo**, ou seja:

$$F_{ij} = \frac{q_{i \rightarrow j}}{(A_i J_i)} \Rightarrow q_{i \rightarrow j} = A_i F_{ij} E_{cni}$$

- De maneira análoga para a **taxa na qual a radiação deixa a superfície j e é interceptada pela superfície i** :

$$F_{ji} = \frac{q_{j \rightarrow i}}{(A_j J_j)} \Rightarrow q_{j \rightarrow i} = A_j F_{ji} E_{cnj}$$

- A troca radiante líquida entre as duas superfícies é então calculada como:

$$q_{ij} = q_{i \rightarrow j} - q_{j \rightarrow i} = A_i F_{ij} E_{cni} - A_j F_{ji} E_{cnj}$$

- Da lei de Stefan-Boltzmann, $E_{cn} = \sigma T^4$, de forma que:

$$q_{ij} = q_{i \rightarrow j} - q_{j \rightarrow i} = A_i F_{ij} \sigma T_i^4 - A_j F_{ji} \sigma T_j^4$$

- Da propriedade da reciprocidade, $A_i F_{ij} = F_{ji} A_j$, de forma que:

$$q_{ij} = q_{i \rightarrow j} - q_{j \rightarrow i} = A_i F_{ij} \sigma T_i^4 - A_i F_{ij} \sigma T_j^4 \Rightarrow q_{ij} = A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$$

- A expressão acima fornece uma TAXA LÍQUIDA NA QUAL A RADIAÇÃO DEIXA A SUPERFÍCIE I COMO UM RESULTADO DE SUA INTERAÇÃO COM J , QUE É IGUAL À TAXA LÍQUIDA NA QUAL J GANHA RADIAÇÃO DEVIDO A SUA INTERAÇÃO COM I .

- Para o caso de uma **cavidade fechada com N superfícies negras mantidas a diferentes temperaturas**, a expressão acima pode ser generalizada como:

$$q_i = \sum_{j=1}^N A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$$

- O **fluxo térmico radiante** é então calculado como: $q_i'' = \frac{q_i}{A_i}$