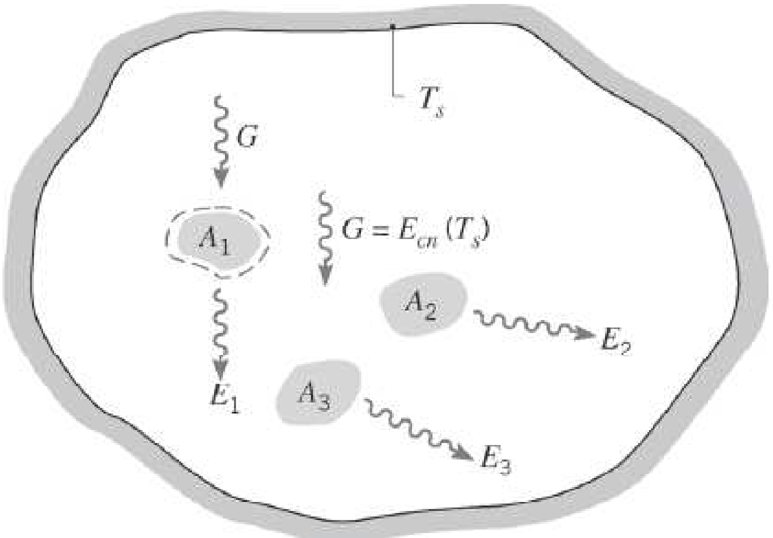
12.7-LEI DE KIRCHHOFF (DEDUZIDA NA CONDIÇÃO DE EQUILÍBRIO)

- Seja uma cavidade isotérmica com temperatura superficial T_s no interior do qual estão confinados vários corpos pequenos.

- Sobre os corpos existe o efeito cumulativo da emissão e da reflexão na superfície.



- Independente das propriedades radiantes, tal superfície forma uma cavidade que se comporta como um corpo negro.

- Assim, independente da sua orientação, a irradiação incidente em qualquer corpo no interior da cavidade é difusa e igual a emissão de um corpo negro a T_s, ou seja:

$$G = E_{cn}(T_s)$$

- Em regime estacionário na condição de equilíbrio térmico entre a cavidade e os corpos:

$$T_1 = T_2 = \ldots = T_s$$

- A taxa líquida de transferência de energia deve ser nula para cada corpo, ou seja:

$$q_{liq} = 0 \Rightarrow \alpha_1 G A_1 - E_1(T_s) A_1 = 0 \Rightarrow \alpha_1 G = E_1(T_s) \Rightarrow \frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = \underbrace{G}_{=E_{cn}(T_s)} \Rightarrow \frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = E_{cn}(T_s)$$

- Generalizando esse resultado para os demais corpos confinados obtém-se:

$$\frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = \frac{E_2(T_s)}{\alpha_2} = \frac{E_3(T_s)}{\alpha_3} = \ldots = E_{cn}(T_s)$$ (LEI DE KIRCHHOFF)

- Como $\alpha \leq 1$, segue que $E_{cn}(T_s) \geq E(T_s)$ (nenhuma superfície real pode ter um poder emissivo superior aquele de uma superfície negra a mesma temperatura).

- Da lei de Kirchhoff:

$$\underbrace{\frac{E_1(T_s)}{E_{cn}(T_s)}}_{=\varepsilon_1}\frac{1}{\alpha_1}=\underbrace{\frac{E_2(T_s)}{E_{cn}(T_s)}}_{=\varepsilon_2}\frac{1}{\alpha_2}=\underbrace{\frac{E_3(T_s)}{E_{cn}(T_s)}}_{=\varepsilon_3}\frac{1}{\alpha_3}=\ldots=1\Rightarrow\frac{\varepsilon_1}{\alpha_1}=\frac{\varepsilon_2}{\alpha_2}=\frac{\varepsilon_3}{\alpha_3}=\ldots=1$$

- Assim, para qualquer superfície no interior da cavidade: $\varepsilon=\alpha$

"A EMISSIVIDADE HEMISFÉRICA TOTAL DA SUPERFÍCIE É IGUAL À SUA ABSORTIVIDADE HEMISFÉRICA TOTAL SE CONDIÇÕES ISOTÉRMICAS ESTEJAM PRESENTES E NÃO HAJA TRANSFERÊNCIA DE CALOR RADIANTE LÍQUIDA EM QUALQUER DAS SUPERFÍCIES"

- O cálculo da troca de radiação entre superfícies pode ser bastante simplificado se $\varepsilon = \alpha$ puder ser aplicado.

- Entretanto, a seguinte condição restritiva deve ser obedecida:

"A IRRADIAÇÃO SOBRE A SUPERFÍCIE FOI ASSUMIDA COMO SENDO A EMISSÃO DE UM CORPO NEGRO NA MESMA TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE"

- Na próxima seção, serão verificadas condições menos restritivas.

- A dedução anterior pode ser feita em condições espectrais:

$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$$ (menos restritiva)

- A dedução anterior também pode ser feita em condições direcionais, além de espectrais:

$$\varepsilon_{\lambda,\theta} = \alpha_{\lambda,\theta}$$ (ainda menos restritiva)

- A última igualdade é sempre aplicável pois $\varepsilon_{\lambda,\theta}$ e $\alpha_{\lambda,\theta}$ são propriedades inerentes da superfície, ou seja, elas são independentes das distribuições espectral e direcional das radiações emitida e incidente.

12.8-A SUPERFÍCIE CINZA

- A condição $\varepsilon = \alpha$ é útil no cálculo da troca de energia radiante entre superfícies.

- É importante verificar a possibilidade de sua utilização excluindo a lei de Kirchhoff.

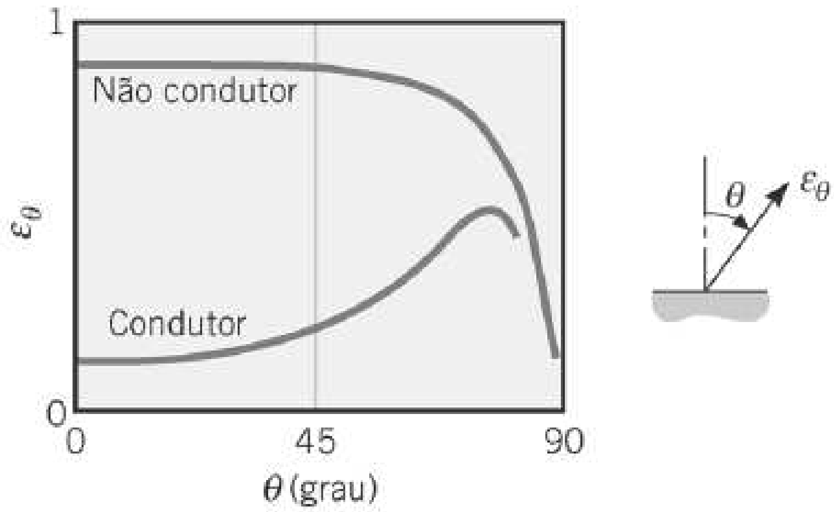
- Partindo do fato de que $\varepsilon_{\lambda,\theta} = \alpha_{\lambda,\theta}$ vamos averiguar a igualdade $\varepsilon_{\lambda} = \alpha_{\lambda}$.

$$\varepsilon_{\lambda} \stackrel{?}{=} \alpha_{\lambda} \Rightarrow \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda,\theta} \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi} \stackrel{?}{=} \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \alpha_{\lambda,\theta} I_{\lambda,i} \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i} \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi}$$

- Para que $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ as seguintes condições devem ser satisfeitas:

1. A irradiação é difusa ($I_{\lambda,i}$ é independente de θ e ϕ).
2. A superfície é difusa ($\varepsilon_{\lambda,\theta}$ e $\alpha_{\lambda,\theta}$ são independentes de θ e ϕ).

- A primeira condição é uma aproximação comum em engenharia e a segunda condição é razoavelmente utilizada para materiais não-condutores de eletricidade.



- Vamos agora averiguar a igualdade $\varepsilon = \alpha$:

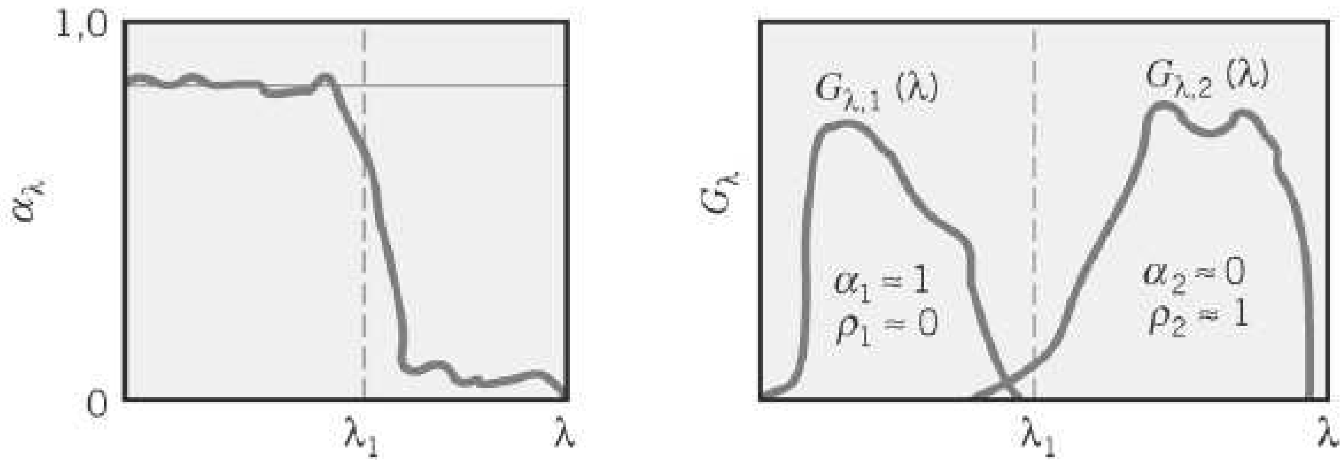
$$\varepsilon \overset{?}{=} \alpha \Rightarrow \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{\lambda,cn}(\lambda,T)\,d\lambda}{E_{cn}(T)} \overset{?}{=} \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda(\lambda)\,d\lambda}{G}$$

- Para que $\varepsilon = \alpha$ e sabendo que $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ uma das seguintes condições deve ser satisfeita:

1. A irradiação corresponde à emissão de um corpo negro com temperatura superficial T em cujo caso $G_\lambda(\lambda) = E_{\lambda,cn}(\lambda,T)$ e $G = E_{cn}(T)$.
2. A superfície é cinza (ε_λ e α_λ são independentes de λ).

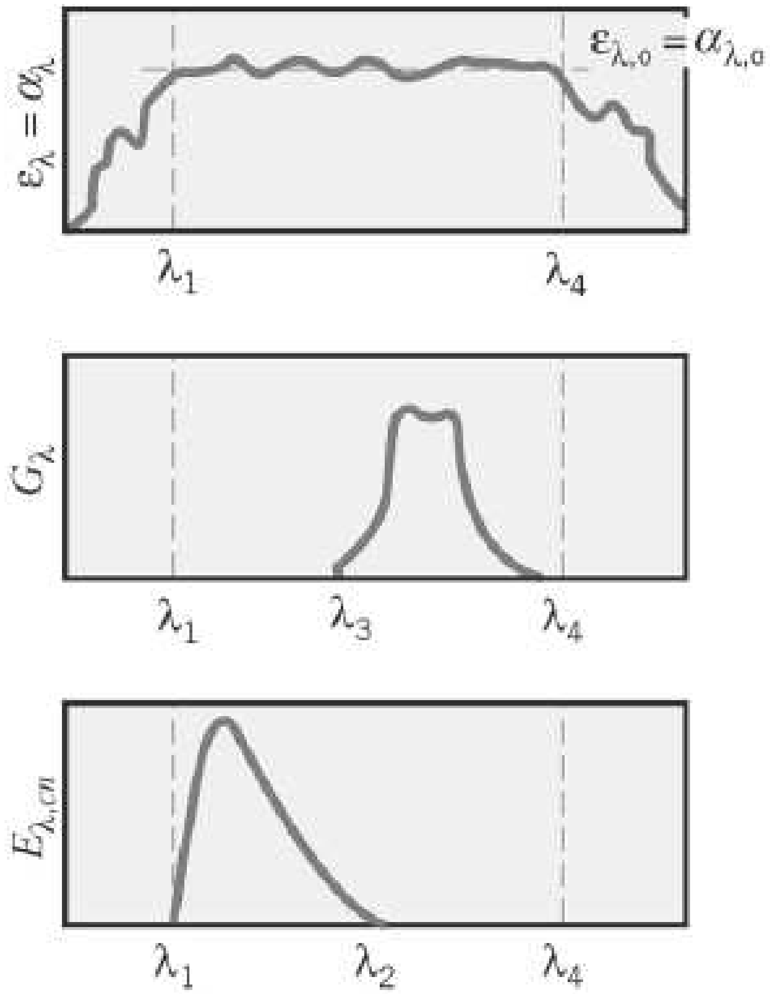
- Deve-se avaliar com cuidado a situação em análise para verificar se pode-se estabelecer que $\varepsilon = \alpha$.

- Por exemplo, na figura abaixo, α muda drasticamente em função da irradiação, enquanto ε é independente da irradiação.



- Para admitir o comportamento de superfície cinza, não é necessário que ε_λ e α_λ sejam independentes de λ em todo o espectro.

- Uma superfície cinza é aquela na qual ε_λ e α_λ são independentes de λ nas regiões espectrais da irradiação e da emissão superficial.



- Nesse caso, entre λ_1 e λ_4 as propriedades são aproximadamente constantes e nessa região o comportamento de superfície cinza é satisfeito.

- Para $\lambda < \lambda_1$ e $\lambda > \lambda_4$ o comportamento de superfície cinza não poderia ser admitido.

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{\lambda,o} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda,cn}(\lambda,T)d\lambda}{E_{cn}(T)} = \varepsilon_{\lambda,o}$$

$$\alpha = \frac{\alpha_{\lambda,o} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} G_{\lambda}(\lambda)d\lambda}{G} = \alpha_{\lambda,o}$$

- Uma superfície para a qual $\varepsilon_{\lambda,\theta} = \alpha_{\lambda,\theta}$ são independentes de θ e λ é conhecida por superfície cinza difusa (DIFUSA devido à independência direcional e CINZA devido à independência em relação ao comprimento de onda).

- A hipótese de superfície cinza é razoável em muitas aplicações práticas e simplifica muito os cálculos de radiação.

- Entretanto, cautela deve ser tomada ao utilizá-la, particularmente se as regiões espectrais de irradiação e emissão forem significativamente afastadas.